

1. Jaki wyznacznik może mieć macierz

- (a) ortogonalna,
- (b) unitarna,
- (c) symetryczna,
- (d) hermitowska?

2. Która z podanych macierzy jest ortogonalna, unitarna, symetryczna, hermitowska?

(a) $A = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix},$

(b) $B = \begin{pmatrix} 17 & -8 & a+4 \\ -8 & 17 & -4 \\ a+4 & -4 & 11 \end{pmatrix},$

(c) $C = \begin{pmatrix} 4+3i & 4i & -6-2i \\ -4i & 4-3i & -2-6i \\ 6+2i & -2-6i & 1 \end{pmatrix}.$

3. Sprawdzić, czy operator rzutu prostopadłego jest hermitowski

$$\text{Proj}_{\mathbf{v}} \mathbf{w} = \frac{\langle \mathbf{v} | \mathbf{w} \rangle}{\langle \mathbf{v} | \mathbf{v} \rangle} \mathbf{v}.$$

4. Znaleźć wektory i wartości własne macierzy

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

5. Znaleźć wektory i wartości własne macierzy

$$\begin{pmatrix} 4 & -5 & 7 \\ 1 & -4 & 9 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$