

Wstęga pana M.

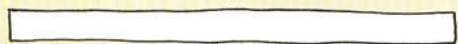
autor: Piotr SZYMCZAK, rysunki: Laura LUMAKA

Czy uwierzylibyście, gdyby ktoś wam powiedział, że kawałek papieru może mieć jedną stronę i jeden brzeg? Przygotujcie dużą kartkę, nożyczki i klej. Wystarczy, by stworzyć papierowe dziwy.

Mrówczy maraton po wstędze Möbiusa. Każda z mrówek odwiedzi podczas swej podróży całą wstęgę, bo powierzchnia ta ma tylko jedną stronę.



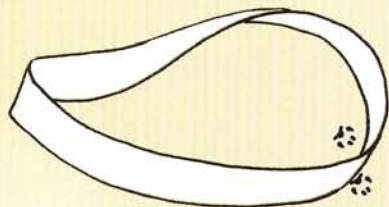
Wytnijcie z papieru długi, wąski prostokąt, taki jak ten:



Skręćcie go teraz o 180 stopni...



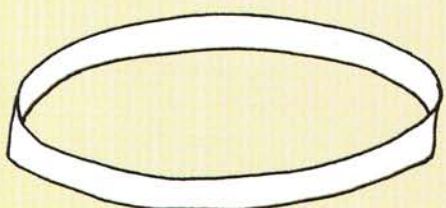
...sklejcie końce...



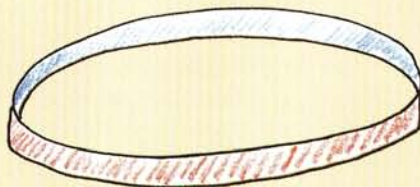
...i oto leży przed wami wstęga Möbiusa.

Zwykły pasek papieru?

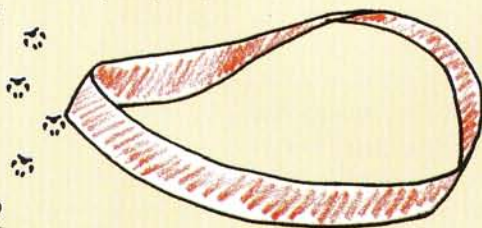
- Czyja wstęga?
- Augusta Ferdynanda Möbiusa, słynnego niemieckiego geometry, który żył w XIX wieku.
- A co jest w tym kawałku papieru takiego nadzwyczajnego, że ma swoją nazwę? Przecież to zwykła wstęga!
- Niezupełnie. Zwykła wstęga, taka jak ta:



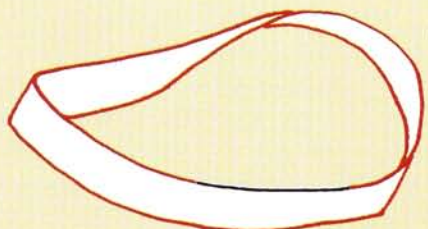
ma dwie strony – wewnętrzną i zewnętrzną. Możemy na przykład pomalować jedną z nich na czerwono, a drugą – na niebiesko:



Ze wstęgą Möbiusa tak nie jest. Spróbujcie ją pomalować, a szybko przekonacie się, że ma tylko jedną stronę!



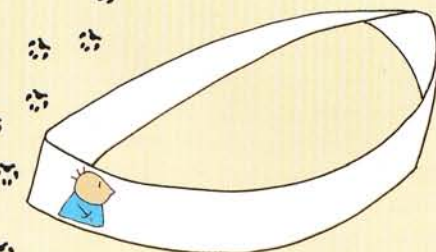
To wcale nie wszystko! Wstęga Möbiusa ma również tylko jeden brzeg. Aby się o tym przekonać, przeciągnijcie flamastrem wzdłuż jej brzegu:



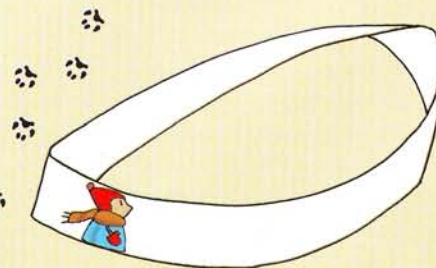
I co? Wróciliście do punktu wyjścia, prawda?

Podróżując dookoła wstęgi

Dalsze cudowne własności wstęgi pana M. odkryje przed nami jej mieszkaniec, Edek Płaszczak (nie mylić z Paszczakiem!).

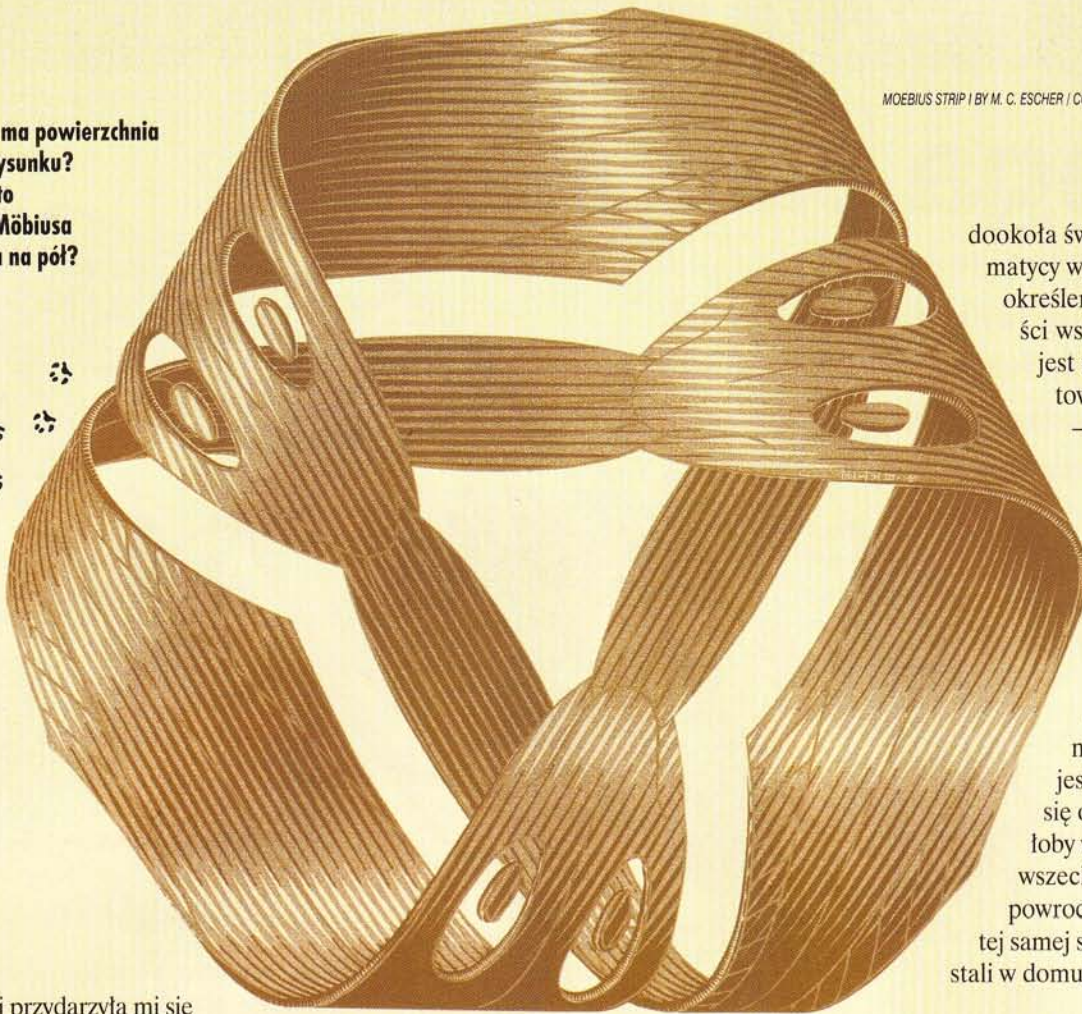


- Dzień dobry. Na imię mam Edward i jestem Płaszczakiem. Płaszczaki to istoty, które mieszkają na powierzchniach dwuwymiarowych – płaszczyznach, sferach, ścianach sześcianów i wstęgach Möbiusa. Jesteśmy słynnymi podróżnikami i często przemierzamy nasz świat wzdłuż i wszerz.



Na naszej Wstędze jest bardzo zimno, więc całe bractwo płaszczakowe musi się ciepło ubierać. Mamy polary, kurtki puchowe, nieprzemakalne buty i duży zapas wełnianych rękawiczek, żeby nie marznąć w łapki.

Ile stron ma powierzchnia na tym rysunku? Czy jest to wstęga Möbiusa przecięta na pół?

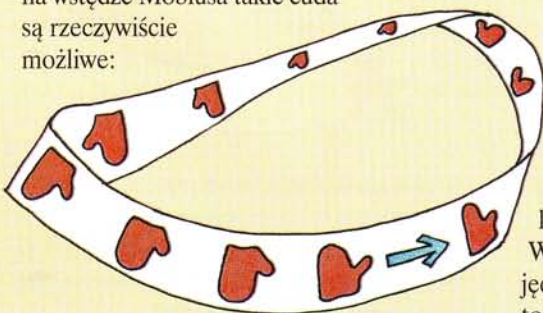


Wczoraj przydarzyła mi się straszna historia. Wyobraźcie sobie – budzę się rano, patrzę... i aż złapałem się za głowę! Ktoś ukradł wszystkie moje lewe rękawiczki! Od razu zgadłem, że to robota Lewatana – słynnego płaszczaka-złodzieja, który ma tylko jedną rękę – lewą. Co ja pocznę – pomyślałem – w środku zimy, z samymi prawymi rękawiczkami? Postanowiłem poradzić się naszego plemiennego mędrca, Topola. Ten rzekł:

– Mój synu, w starej księdze jest napisane, że jeśli chcesz, by twoja prawa rękawiczka stała się lewą, musisz wyruszyć w podróż dookoła Wstęgi.

Mędrzec miał rację. Kiedy wróciłem, z ulgą zauważyłem, że prawe rękawiczki, których zabrałem w podróż kilka, stały się lewymi. Zaszło jednak też coś, o czym Topol nie wcale wspominał – moja prawa ręka była teraz z lewej strony, zaś lewa – z prawej (łatwo to poznałem, bo na łokciu prawej od dzieciństwa mam pieprzyk)!

Spójrzcie na rysunek, a przekonacie się, że na wstędze Möbiusa takie cuda są rzeczywiście możliwe:



Idealna wstęga Möbiusa musi być powierzchnią o zerowej grubości. Rzecz jasna model wstęgi, który wycięliście z papieru, ma jakąś skończoną grubość, nie jest więc prawdziwym obiektem dwuwymiarowym! Dlatego lepszym modelem byłaby wstęga z przezroczystego plastiku, na której rysowalibyśmy płaszczaka flamastrem, dzięki czemu byłby on widoczny z obu „stron”. By przecież płaszczak nie pełznie po którejś ze stron wstęgi, ale żyje „w” samej wstędze, zanurzony w swym dwuwymiarowym, nieskończenie cienkim świecie. Jeśli takiego płaszczaka wysłamy w podróż dookoła wstęgi, to po powrocie do punktu wyjścia przemieni się on w swoje lustrzane odbicie. Jego prawa rękawiczka zmieni się w lewą, a legendarny złodziej Lewatan stanie się Prawatanem – praworękim bandytą kradnącym prawe rękawiczki.

Która łapka jest prawa?

„Puchatek spojrział na swe obydwie łapki. Wiedział, że jedna z nich jest prawa, i wiedział jeszcze, że kiedy się już ustaliło, która z nich jest prawa, to druga była lewą, ale nigdy nie wiedział, jak zacząć”. Wygląda na to, że na wstędze Möbiusa pojęcia „prawy” i „lewy” tracą sens. No bo co to za prawa rękawiczka, która po podróży

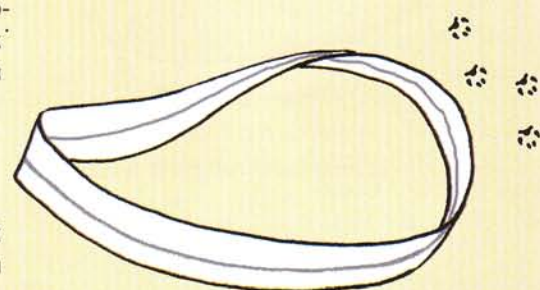
dookoła świata staje się lewą? Matematycy wymyślili specjalne słowo na określenie tych dziwnych właściwości wstęgi Möbiusa – mówią, że jest to powierzchnia „nieorientowalna”.

– Uff – powiecie. – Dobrze, że nasz świat jest orientowalny. Nie byłoby wcale przyjemnie nie wiedzieć, czy noga, którą dziś wstaliśmy z łóżka, jest prawa czy lewa.

Okazuje się jednak, że nie możemy mieć stuprocentowej pewności, czy nasz trójwymiarowy świat jest orientowalny czy nie! Aby się o tym przekonać, trzeba byłoby wyruszyć w podróż dookoła wszechświata i sprawdzić, czy po powrocie będziemy mieli serce po tej samej stronie, co ludzie, którzy zostali w domu, czy po przeciwnej.

Pół wstęgi

Wstęga sprawia może wrażenie obiektu o magicznych właściwościach, ale nie bójmy się i nie traktujmy jej z przesadnym szacunkiem. Na zakończenie wstęgę troszeczkę porozcinamy. Przetnijmy ją najpierw wzdłuż linii biegnącej przez środek:



Dziwne, prawda? Dostaliśmy nową wstęgę! Weźcie znowu flamaster. Czy nowa wstęga ma jedną stronę czy dwie? A ile ma brzegów?

Zróbmy z nią teraz to samo, co ze starą wstęgą – rozetnijmy na pół.

I co – czyżby wstęga znów was zaskoczyła? Spodziewaliście się, że podobnie jak przedtem dostaniecie kolejną wstęgę? A tu proszę – dwie i to w dodatku splecione ze sobą!

