

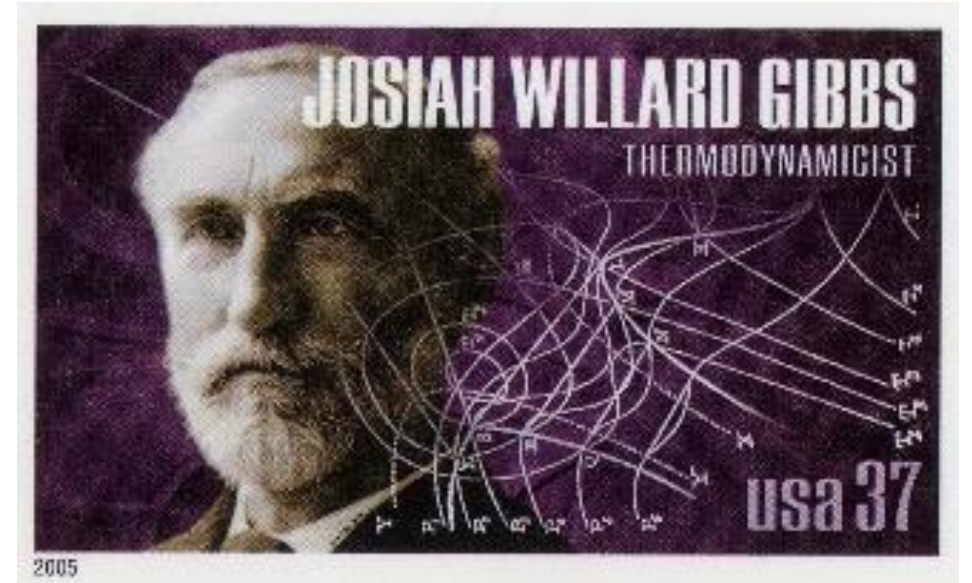
Symetria w opisie zjawisk fizycznych

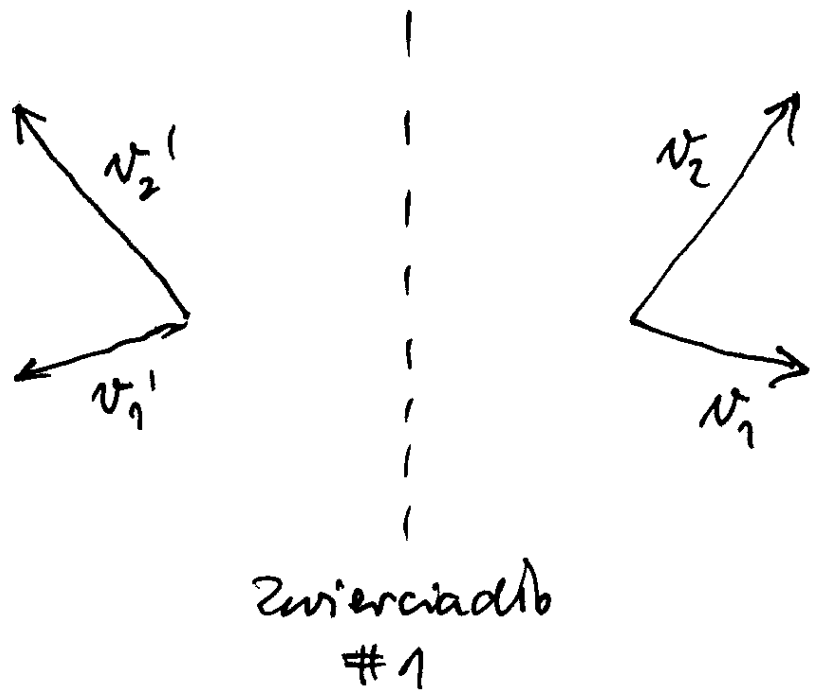


Wektory „zwykłe” i wektory osiowe

J. W. Gibbs wprowadził w fizyce

- Iloczyn skalarny wektorów
- Iloczyn wektorowy wektorów





~~$$\vec{v}_1 = \vec{v}_{1||} + \vec{v}_{1\perp}$$~~

$$\vec{v}_1' = \vec{v}_{1||} - \vec{v}_{1\perp}$$

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_{2||} + \vec{v}_{2\perp}$$

$$\vec{v}_2' = \vec{v}_{2||} - \vec{v}_{2\perp}$$

\parallel i \perp równoległe &
prostopadłe
do płaszc. zwierciadła

Wektory \vec{v}_1 oraz \vec{v}_2 leżą na płaszczyźnie kartki. Obliczymy ich iloczyn skalarny oraz wektorowy.

Rozważmy odbicie w płaszczyźnie zwierciadlanej prostopadłej do kartki

$$\vec{v}_1 \rightarrow \vec{v}_1' \quad \vec{v}_2 \rightarrow \vec{v}_2'$$

$$\begin{aligned}
 \text{1) Iloczyn skalarny: } \quad \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 &= (\vec{v}_{1\parallel} + \vec{v}_{1\perp}) \cdot (\vec{v}_{2\parallel} + \vec{v}_{2\perp}) = \\
 &= \vec{v}_{1\parallel} \cdot \vec{v}_{2\parallel} + \vec{v}_{1\perp} \cdot \vec{v}_{2\perp} \\
 \vec{v}_1' \cdot \vec{v}_2' &= (\vec{v}_{1\parallel} - \vec{v}_{1\perp}) \cdot (\vec{v}_{2\parallel} - \vec{v}_{2\perp}) = \\
 &= \vec{v}_{1\parallel} \cdot \vec{v}_{2\parallel} + (-1) \vec{v}_{1\perp} \cdot \vec{v}_{2\perp} (-1) \\
 &= \vec{v}_{1\parallel} \cdot \vec{v}_{2\parallel} + \vec{v}_{1\perp} \cdot \vec{v}_{2\perp}
 \end{aligned}$$

Tak więc $\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = \vec{v}_1' \cdot \vec{v}_2'$... nuda.

Ale policzmy iloczyn wektorowy

$$\begin{aligned}
 \vec{v}_1 \times \vec{v}_2 &= (\vec{v}_{1\parallel} + \vec{v}_{1\perp}) \times (\vec{v}_{2\parallel} + \vec{v}_{2\perp}) = (\vec{v}_{1\parallel} \times \vec{v}_{2\perp}) + (\vec{v}_{1\perp} \times \vec{v}_{2\parallel}) \\
 \vec{v}_1' \times \vec{v}_2' &= (\vec{v}_{1\parallel} - \vec{v}_{1\perp}) \times (\vec{v}_{2\parallel} - \vec{v}_{2\perp}) = -(\vec{v}_{1\parallel} \times \vec{v}_{2\perp}) - (\vec{v}_{1\perp} \times \vec{v}_{2\parallel})
 \end{aligned}$$

$$\text{Tak więc } (\vec{v}_1' \times \vec{v}_2') = -(\vec{v}_1 \times \vec{v}_2)$$

Tak jest gdy wektor \vec{a} jest równoległy do płaszczyzny zwierciadlanej!

Iloczyn wektorowy dwóch wektorów wychodzących daje wektor osiowy $\vec{a} = (\vec{v}_1 \times \vec{v}_2)$ "axial vector"

Wykład 11

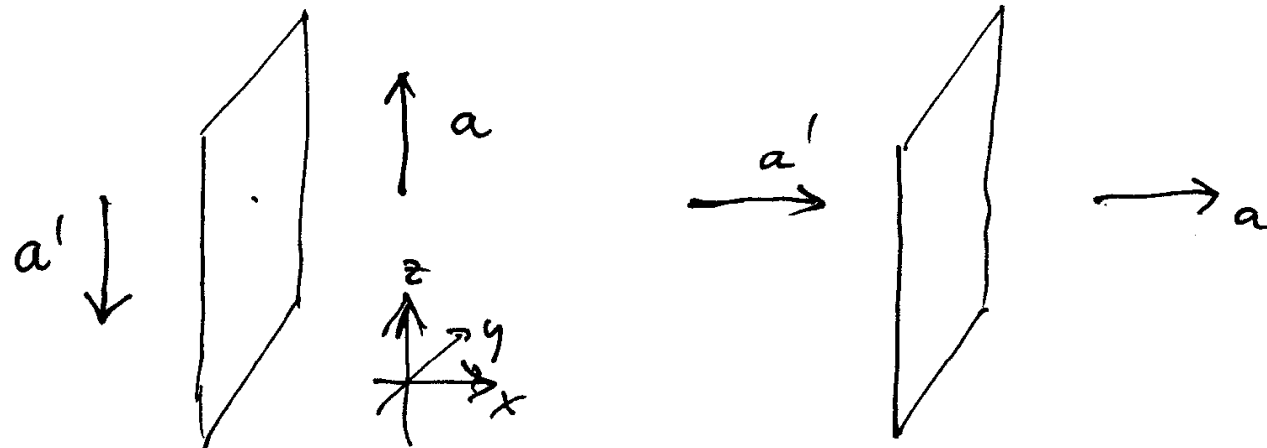
Gdy płaszczyzna zwierciadlana jest płaszczyzną w której leżą wektory \vec{v}_1 oraz \vec{v}_2 mamy:

$$\vec{v}_1' = \vec{v}_1 \quad \text{oraz} \quad \vec{v}_2' = \vec{v}_2$$

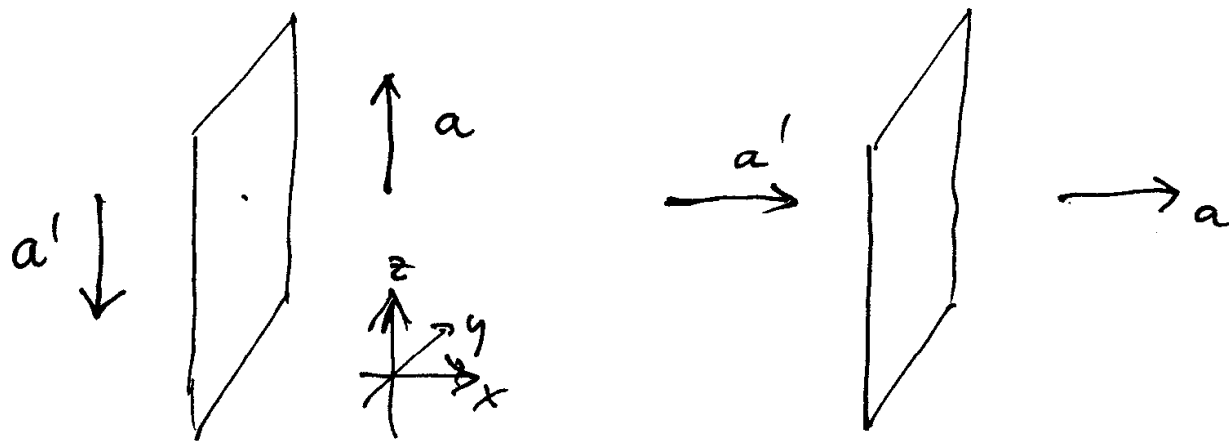
No i iloczyn wektorowy $\vec{a} = (\vec{v}_1 \times \vec{v}_2)$ oraz $\vec{a}' = (\vec{v}_1' \times \vec{v}_2')$

są sobie równe $\vec{a}' = \vec{a}$.

Podsumowując zasady transformacji wektora osiowego \vec{a} są maintained dla zwierciadła.



Podsumowując zasady transformacji wektorów osiowego \vec{a} są następujące dla zwierciadła.



Odbicie lustrzane $\hat{M} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\det \hat{M} = -1$

Zwykły wektor \vec{v} : $\vec{v}' = \hat{M}\vec{v} = (-v_x, v_y, v_z)$

Wektor osiowy \vec{a} : $\vec{a}' = (\det \hat{M})\hat{M}\vec{a} = (\vec{a}_x, -\vec{a}_y, -\vec{a}_z)$

Przykłady wektorów osiowych:

$\vec{\omega}$ - prędkość kątowa

\vec{L} - moment pędu

\vec{M} - moment magnetyczny

Ważne: inwersja $\hat{M} = \begin{pmatrix} -1 & & \\ & -1 & \\ & & -1 \end{pmatrix}$ $\det \hat{M} = -1$

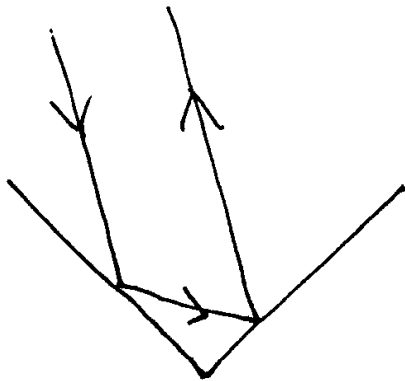
$$\vec{v}' = \hat{M} \vec{v} = (-v_x, -v_y, -v_z) = -\vec{v}'$$

$$\vec{a}' = (\det \hat{M}) \hat{M} \vec{a} = (a_x, a_y, a_z) = +\vec{a}'$$

Przykład:

Odbicie w jednym lustrze
"odwraca" prawą i lewą stronę (Tatwo się czytać)

Odbicie w dwóch skrzyżowanych
lustrach nie "odwraca" prawej i lewej strony
(Tudno się czytać)



W wirtualnym świecie komunikatora ZOOM:

Stop Video (strzałeczka)

Video Settings

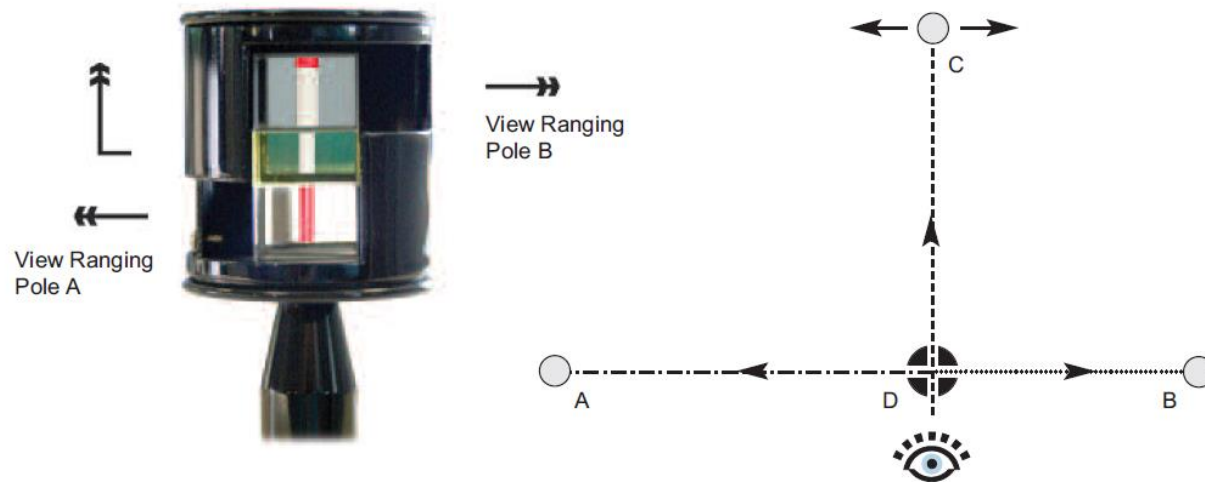
Mirror my Video

Proszę pokręcić ekranem laptopa

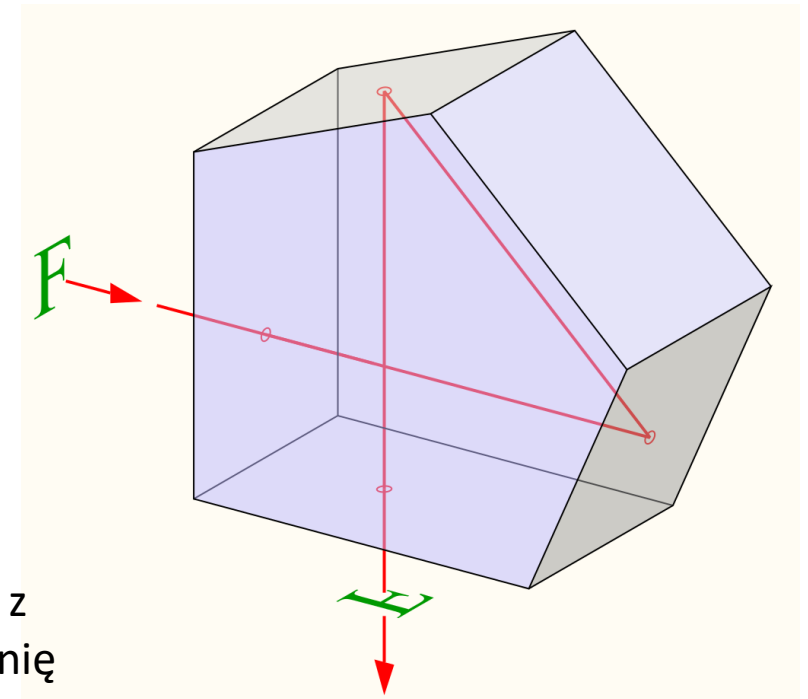
Spróbujcie sami!

Węgielnica pryzmatyczna

Penta-pryzmat ma 2 odbicia (to nie jest całkowite wew. odbicie ale odpowiednio pokryta powierzchnia) aby skompensować efekt odbicia w lustrze.



Środkowe okienko patrzy na wprost, a górne i dolne okienka to ścianki boczne penta-pryzmatów przez które przychodzą promienie z prawej i z lewej. Jak widok trzech słupków w trzech okienkach tworzy pionową linię to znaczy że jesteśmy w punkcie przecięcia prostej poziomej i pionowej.



A.V. Shubnikov, *Comput. Math. Applic.* 16, 357 (1988).

Comput. Math. Applic. Vol. 16, No. 5-8, pp. 357-364, 1988
Printed in Great Britain

0097-4943/88 \$3.00 + 0.00
Pergamon Press plc

ON THE WORKS OF PIERRE CURIE ON SYMMETRY†

A. V. SHUBNIKOV‡

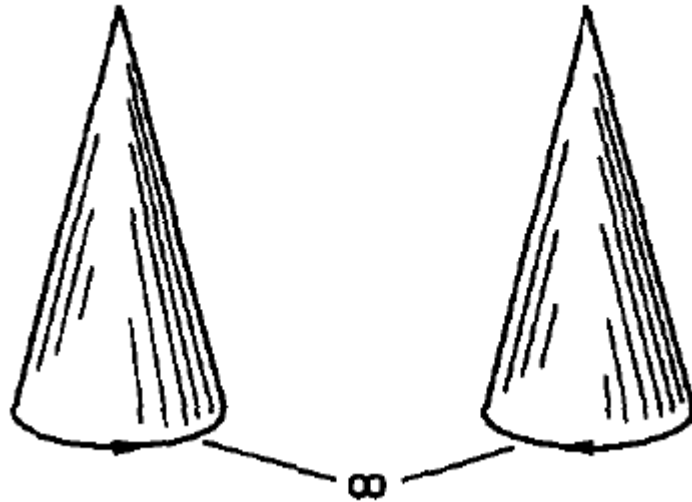
Institute of Crystallography, Academy of Sciences, U.S.S.R.

Pierre Curie is well known to the wide scientific community as an author of outstanding works on radioactivity but almost unknown as an author of deep investigations on symmetry and its applications in physics. Meanwhile these investigations, had they been continued by Pierre Curie, could turn out to have no less importance to the development of natural sciences as his works on radioactivity for the development of physics and chemistry. Marie Curie testifies that Pierre Curie repeatedly expressed regret at not being able to continue his work on symmetry since he was preoccupied with the studies of radioactivity.

†Originally appeared in Russian in *Uspekhi fizicheskikh nauk* **59**, 591-602 (1956). Translated by L. I. Man.

Grupa (∞)

Figura: wirujący stożek



1 oś obrotu ∞ rzędu

Śruba prawoskrętna
lub lewoskrętna

The first group (∞) has no other symmetry elements but an axis of an infinite order, it is a group of a rotating cone. It admits the existence of *enantiomorphous* (right- and left-handed) forms—a

Grupa $(\infty \cdot m)$

Figura: nieruchomy stożek



1 oś obrotu ∞ rzędu

∞ płaszczyzn symetrii (zawierających oś)

Wektor pola elektrycznego E !

cone rotating to the right or a cone rotating to the left. The second group $(\infty \cdot m)$ possesses in addition to an axis of an infinite order also an infinite number of longitudinal symmetry planes. It is a group of a cone at rest which does not admit enantiomorphous forms. The third group

Grupa ($\infty:m$)

Figura: wirujący walec



1 oś obrotu ∞ rzędu

1 płaszczyzna symetrii (prostopadła do osi)

środek symetrii

Wektor pola magnetycznego B !

It is a group of a cone at rest which does not admit enantiomorphous forms. The third group ($\infty:m$) has only the following symmetry elements—an axis of an infinite order, one transverse symmetry plane and the center of symmetry. It is a group of a rotating cylinder. It should be

Now let us turn to the general symmetry principles stated by Pierre Curie in his remarkable article entitled “On symmetry in physical phenomena”.

The work begins with the following paragraphs printed in italic.

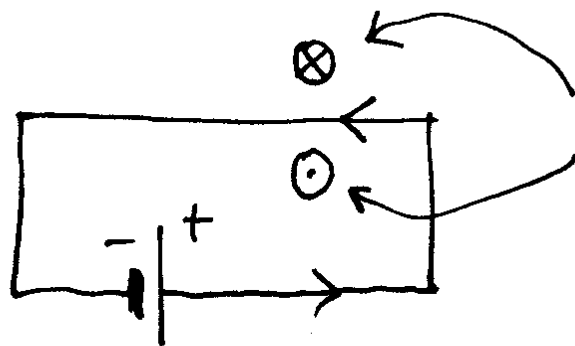
“A symmetry characteristic of one or another phenomenon is the highest symmetry of the medium compatible with the occurrence of this phenomenon.”

“A phenomenon may occur in a medium which possesses the characteristic symmetry or one of its subgroups.”

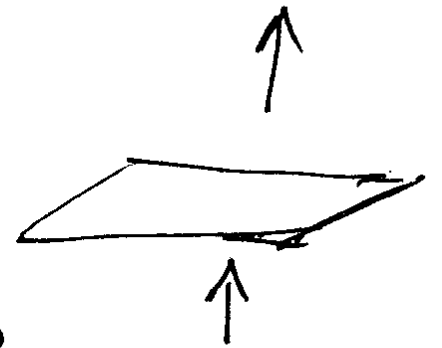
“In other words, some symmetry elements of the medium may coexist with the phenomenon but they are not obligatory. It is only the absence of some symmetry elements, which is obligatory. It is this property—dissymmetry—which makes phenomena.”

Przykład transformacji wektora zwykłego i wektora osiowego.

Zjawisko Oerstedda

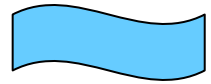


igły namagnesowane
pokazują zwrot pola magnetycznego

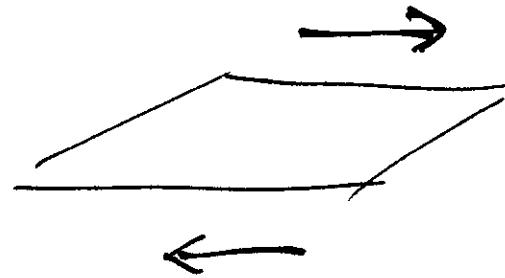
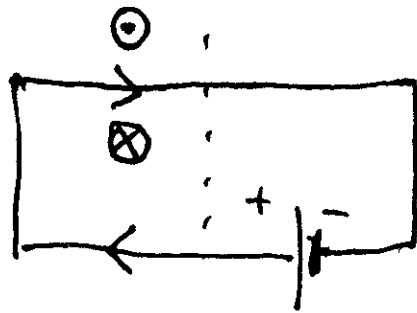


'Odbicie w płaszczyźnie kartki': nic się nie zmienia

- prąd elektryczny płynie tak samo
- pola magnetyczne są wolne tak samo.

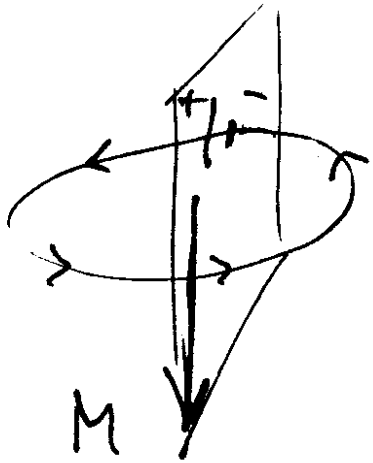
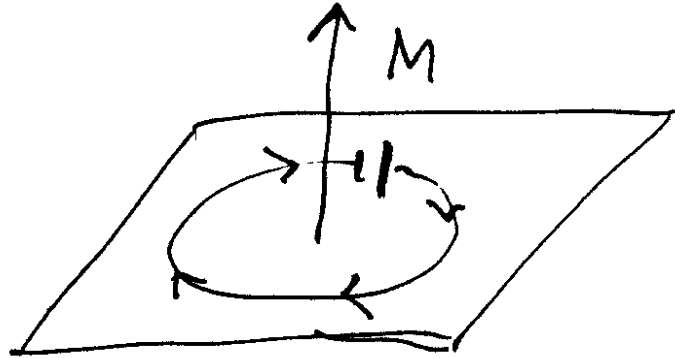
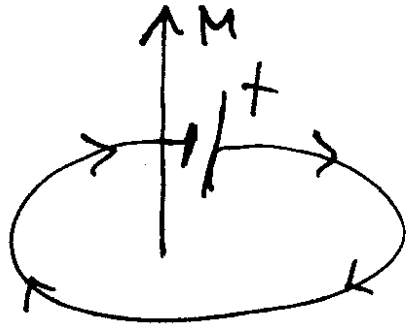


Teraz pręcik ma zwierwadłana prostopadła do kierunku



Teraz zwroty pola magnetycznego są przeciwnie.

Pętla z prądem i powstające pole magnetyczne



Zwinięciadło \perp do wektora osiowego \vec{M}
 brak zmiany \vec{M} .

Zwinięciadło \parallel do wektora osiowego \vec{M}
 zmiana zwrotu \vec{M} .

Następna operacja: odwrócenie zwrotu osi czasu $t \rightarrow -t$
Oznaczona czasem jako $1'$.

$$x \rightarrow x$$

$$t \rightarrow -t$$

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$v' = \frac{dx}{d(-t)} = -\frac{dx}{dt} = -v$$

Odwrócenie zwrotu prędkości

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$a' = \frac{dv'}{d(-t)} = \frac{d(-v)}{d(-t)} = \frac{dv}{dt} = a$$

Odwrócenie biegu czasu

NIE ZMIENIA ZNAKU PRZYSPIESZENIA!

Przykład:

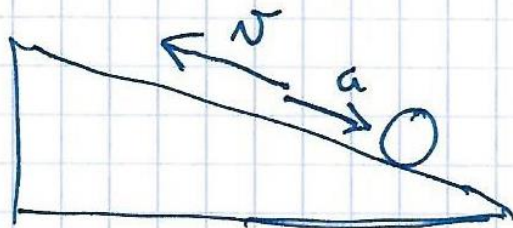
Walec stacnie rusza po równi podchyłej



- ruch jednostajnie przyspieszony
przyspieszenie "w prawo"

Film oglądany od końca do początku

Walec szybko się wstanie do góry i wyhamuje



- ruch jednostajnie opóźniony
przyspieszenie \vec{a} ma
ten sam zwrot co poprzednio!
też "w prawo".

$$\frac{\partial \bar{E}_x}{\partial x}$$

jak się zmienia w inwersji $\bar{1}$

$$\left. \begin{array}{l} dE_x \rightarrow -dE_x \\ dx \rightarrow -dx \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\partial E_x}{\partial x} \rightarrow \frac{-dE_x}{-dx} = \frac{\partial E_x}{\partial x}$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x}$$

$$\left. \begin{array}{l} dB_x \rightarrow dB_x \\ dx \rightarrow -dx \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\partial B_x}{\partial x} \rightarrow \frac{\partial B_x}{-dx} = -\frac{\partial B_x}{\partial x}$$

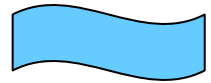
$$\text{rot } \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{pmatrix} \begin{matrix} \vec{e}_x + \\ \vec{e}_y + \\ \vec{e}_z \end{matrix} .$$

Wisc rot \vec{E} transformuje się jak $\frac{\partial \vec{E}_x}{\partial x}$ lub $\frac{\partial \vec{E}_x}{\partial y}$

$$t_j: \text{rot } \vec{E} \rightarrow +\text{rot } \vec{E}$$

Ponieważ w inwersji $d\vec{B} \rightarrow +d\vec{B}$

$$\text{to } \text{rot } \vec{B} \rightarrow -\text{rot } \vec{B}.$$



Wykład 11

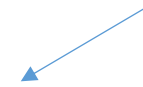
Jak się transformują różne wielkości fizyczne

Położenie	x	$\bar{1}$	$1'$
Czas	t	$+$	$-$
Prędkość	$\frac{dx}{dt}$	$-$	$-$
Przyspieszenie	$\frac{d^2x}{dt^2}$	$-$	$+$
Pole elektryczne	E	$-$	$+$
Pole magnetyczne	B	$+$	$-$
	$\frac{\partial E}{\partial x}$	$+$	$+$
	$\frac{\partial B}{\partial x}$	$-$	$-$
	$\text{rot } E$	$+$	$+$
	$\text{rot } B$	$-$	$-$
	$\frac{\partial B}{\partial t}$	$+$	$+$
	$\frac{\partial E}{\partial t}$	$-$	$-$

$$\overset{++}{\nabla} \times \overset{++}{E} = - \overset{++}{\frac{\partial B}{\partial t}}$$

$$\overset{-}{\nabla} \times \overset{-}{B} = \mu_0 \epsilon_0 \overset{-}{\frac{\partial E}{\partial t}}$$

R-nia Maxwella w próżni



R-nia falowe

$$\overset{++}{\Delta} \overset{++}{E} = \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \mu_0 \epsilon_0 \overset{++}{\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}}$$

$$\overset{++}{\Delta} \overset{++}{B} = \frac{\partial^2 B_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B_x}{\partial z^2} = \mu_0 \epsilon_0 \overset{++}{\frac{\partial^2 B}{\partial t^2}}$$

	$\bar{1}$	$1'$
$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}$	$+$	$+$
$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2}$	$+$	$+$
$\frac{\partial^2 B}{\partial t^2}$	$+$	$+$
$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$	$+$	$+$

Dziękuję za uwagę!