

Termodynamika i Fizyka Statystyczna R

Zadania domowe – seria III

1. Dyfuzja z absorpcją

Cząstka w chwili $t = 0$ znajduje się w punkcie x_0 (jej rozkład prawdopodobieństwa można opisać dystrybucją $p(x, t = 0) = \delta(x - x_0)$, przestrzeń jest jednowymiarowa, ścianki zbiornika znajdują się bardzo daleko od x_0). Następnie zaczyna proces dyfuzji ze stałą D . W punkcie $x = 0$ jest centrum absorpcyjne, które reaguje z cząstką i znika ona z układu. Zbadaj, jak zmienia się w czasie prawdopodobieństwo, że cząstka zniknęła.

2. Pracownia fizyczna

Wynik pewnego eksperymentu może przyjąć jedną z m wartości. Student wykonuje długi ciąg pomiarów, ale na skutek złego podłączenia kabla otrzymuje losowe wyniki o jednorodnym rozkładzie prawdopodobieństwa. Jaka jest oczekiwana ilość prób do wystąpienia k takich samych wyników pod rząd, kiedy to student uzna, że już wszystko działa dobrze? Wykorzystaj wynik do oszacowania oczekiwanej długości losowego ciągu cyfr potrzebnej do wystąpienia dziewięciu siódemek pod rząd. Ciekawostka: w rozwinięciu liczby π dziewięć siódemek występuje od miejsca 24658601.

3. Losowanie z krótką pamięcią

W urnie znajduje się n kul, każda w innym kolorze. Ciągniemy w jednym losowaniu jedną kulę ze zwracaniem, aż do momentu, kiedy w ciągu $k + 1$ losowań drugi raz wyciągniemy kulę w kolorze, który już był (osoba losująca ma krótką pamięć i pamięta tylko k ostatnich wyników). Znajdź rozkład prawdopodobieństwa liczby losowań i jego wartość oczekiwaną.

4. *Rozpad promieniotwórczy

Bryła uranu składa się z bardzo dużej liczby atomów. Prawdopodobieństwo rozpadu jednego z nich w odcinku czasu $(t, t + dt)$ wynosi λdt . Niech $P(n, t)$ oznacza prawdopodobieństwo, że do czasu t rozpadło się n cząstek. Napisz odpowiednie prawdopodobieństwa przejścia i wynikające z nich równanie master. Przekształć je w równanie różniczkowe. Znajdź $P(n, t)$ przy warunku brzegowym $P(0, 0) = 1$.