Termodynamika i Fizyka Statystyczna R – seria 5

1. **Gaz ultrarelatywistyczny**

   Znaleźć entropię i temperaturę w funkcji energii E, objętości V i liczby cząstek N w granicy termodynamicznej, dla trojwymiarowego, ultrarelatywistycznego, energia pojedynczego atomu $c|\vec{p}|$, gazu klasycznych, nierozróżnialnych atomów, stosując zespół mikrokanoniczny.

2. **Trzy poziomy**

   Pewien układ zbudowany jest z N cząsteczek spinów $s = 3/2$, z których każda może znajdować się w trzech stanach kwantowych o energiach $E = aS_Z$, dla $S_Z = -3/2, -1/2, 1/2, 3/2$, dla ustalonego a. Całkowita energia układu jest ustalona i wynosi zero. Policz entropię przyjmując, że cząstki są nierozróżnialne.

3. **Domino** $3D$

   Budujemy wieżę rozmiaru $2 \times 2 \times N$. Kładziemy kostki domina $2 \times 1 \times 1$, $1 \times 2 \times 1$ lub $1 \times 1 \times 2$ (kostki są nierozróżnialne, nie nakładają się na siebie, i muszą wypełnić całą wieżę). Policzyć, na ile (W) sposobów można to zrobić. Jak zachowuje się entropia $S = k_B \ln W$ w granicy $N \to \infty$?

4. **(*) Subaddytywność entropii**

   Zdarzenia (i, j) dla $i \in A$ oraz $j \in B$ mają prawdopodobieństwa p_{ij}, a entropia $S = -k_B \sum_{ij} p_{ij} \ln p_{ij}$. Pokazać, że $S \leqslant S^A + S^B$, gdzie S^A obliczamy dla $p_i^A = \sum_j p_{ij}$, a S^B dla $p_j^B = \sum_i p_{ij}$, oraz że równość jest wtedy i tylko wtedy, gdy zachodzi niezależność, tj. $p_{ij} = p_i^A p_j^B$.