

Termodynamika i Fizyka Statystyczna R

Zestaw VII: I zasada termodynamiki, ciepło molowe.

Zadanie 1

W wielu omawianych dotąd procesach dla gazu doskonałego ciepło molowe jest stałe:

1. w przemianie izochorycznej ciepło molowe wynosi C_V ,
2. w przemianie izobarycznej ciepło molowe wynosi $C_p = C_V + R$,
3. w przemianie adiabatycznej $dQ = 0$, czyli ciepło molowe $C = 0$,
4. w przemianie izotermicznej $dT = 0$, czyli ciepło molowe $C_T = \infty$.

Wyprowadź wzór na ciepło molowe C_X przy stałym X dla gazu doskonałego, gdzie X jest dowolną funkcją zmiennych stanu. Następnie wyprowadź ogólne takiej przemiany (równanie politropy gazu doskonałego), zakładając $C_X = \text{const.}$

Wskazówki:

- skorzystaj z pierwszej zasady termodynamiki i różniczki zupełnej $dU = nC_V dT$.
- znajdź wyrażenie na $n(C_X - C_V)$

Odpowiedź: $pV^\kappa = \text{const.}$, gdzie $\kappa = \frac{C_X - C_p}{C_X - C_V}$, jest wykładnikiem politropy,

Zadanie 2

Korzystając z równania energetycznego:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p.$$

pokaż, że energia gazu doskonałego nie zależy od objętości, tj. $U = U(T)$.

Zadanie 3

Zależność ciepła molowego C_V wodoru od temperatury można przybliżyć w zakresie temperatur 0 – 300 K wzorem:

$$C_V(T) = \frac{3}{2}R + \frac{1}{2}R \cdot \left\{1 - \cos\left(\pi \cdot \frac{T}{300\text{K}}\right)\right\}.$$

Jak zależy od temperatury energia wewnętrzna 1 mola wodoru w tym zakresie temperatur?

Odpowiedź: $U(T) = 2RT - \frac{150KR}{\pi} \sin\left(\frac{\pi T}{300K}\right) + U_0(V)$

Zadanie 4

Fale dźwiękowe w powietrzu mogą być modelowane jako adiabatyczne zaburzenia ciśnienia i gęstości. Prędkość dźwięku c jest związana z ciśnieniem, p i gęstością powietrza ρ wzorem:

$$c = \frac{\partial p}{\partial \rho}$$

Powietrze może być modelowane jako gaz doskonały. Przy tych założeniach proszę:

- wyprowadź wyrażenie na adiabatyczną ściśliwość $\kappa_{ad} = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p}$
- obliczyć wartość κ_{ad} dla powietrza w warunkach normalnych,
- współczynnik zmiany prędkości dźwięku w powietrzu w funkcji w liniowym przybliżeniu:
 $c(T) = c_0 + \alpha T$.

Przoseę przyjmując: ciśnienie: 1 atm, temperatura 0° C. $R = 8.21$ J/mol/K, prędkość dźwięku $v = 331.6$ m/s, masa molowa suchego powietrza: $\mu = 28.96$ g/mol.

Odpowiedź: $\kappa_{ad} = \frac{1}{p\kappa}$, $c = \sqrt{\frac{R\kappa T}{\mu}}$, $\alpha = 0.607$ m/s/K.