

Zadanie 1 Wyznaczyć i zbadać punkty krytyczne funkcji  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  określonej wzorem  $f(x,y) = \sin(x+y) - \sin(x) - \sin(y)$

Zadanie 2. Znaleźć ekstremum funkcji  $f(x_1, \dots, x_n) = x_1 + x_2 + \dots + x_n + \frac{1}{x_1} + \dots + \frac{1}{x_n}$

Zadanie 3 Znaleźć odległość punktu  $A = (0, 0, 0)$  od powierzchni zadanej równaniem  $y = xz - 3$ .

Zadanie 4 Wyznaczyć i zbadać punkty krytyczne funkcji  $f(x,y) = \frac{xy(x+y)}{(x^2+1)(y^2+1)}$

Zadanie 5 (Strzelecki Przykład 2.69) Niech  $h(x,y) = ay(e^x - 1) + x \sin x + 1 - \cos y$ . Wykazać, że  $h$  ma ekstremum lokalne w punkcie  $(0,0)$  wtedy i tylko wtedy gdy  $a \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ .

Zadanie 6 (Strzelecki Zadanie 2.71) Sprawdzić, że funkcja  $f(x,y) = e^{-x}(xe^{-x} + \cos y)$  ma nieskończenie wiele punktów krytycznych a w każdym z nich maks. lokalne wtarśalwe

Zadanie 7 (Strzelecki Przykład 2.70)

Zadanie 8 (Strzelecki Przykład 2.29)

Zadanie 8 Wykazać, że  $f(x,y) = x^2(1+y)^3 + y^2$  ma dokładnie jeden punkt krytyczny, w którym ma minimum lokalne wtarśalwe, ale  $f$  nie jest na  $\mathbb{R}^2$  ograniczone (ani z góry, ani z dołu). Patrz Przykład 2.28 Strzelecki.

Zadanie 9 Wykazać, że  $g(x,y) = 4x^2 + y^2 + (xy + 3x + 5)^2 \geq 3$  dla każdego  $(x,y) \in \mathbb{R}$ .