

# Przestrzenie z iloczynem skalarnym

Zad 1 Metoda ortogonalizacji Grama-Schmidta skonstruować bazę ortogonalną w podprzestrzeni liniowej układu wektorów

a)  $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -5 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 8 \\ -7 \end{bmatrix}$       b)  $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -6 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 7 \\ 8 \end{bmatrix}$

Kostykin zad 4.1.13

Zad 2 (Kostykin 4.1.17) Wyznaczyć nut wektora  $x$  w podprzestrzeni  $L$  i ortogonalny do  $L$

składowe  $x$ :

$$a) L = \text{lin span} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \right\} \quad x = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

b)  $L$  jest wygenerowane wektorem równani

$$2x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = 0$$

$$3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0$$

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 0$$

$$x = \begin{bmatrix} 7 \\ -4 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Zad 3 (349 G. Cieciura)

W p-mi  $V = \mathbb{C}_3[\cdot]$  wprowadźmy iloczyn

skalarowy  $\langle v | w \rangle = \int_{-1}^1 \overline{v(t)} w(t) dt$ . Znaleźć dopiet-  
nie ortogonalne w  $V$  podprzestrzeni

$$(a) V_0 = \{ v \in V : v(0) = 0 \}$$

$$(b) V_1 = \{ v \in V : v(1) = 0 \}$$

Zad 4 (G.C. 351) W p-wi  $V = \mathbb{C}_2[-1]$  określić  
linij iłocyn skalarowy mowen

$$\langle v | w \rangle = \overline{v(-1)} w(-1) + \overline{v(0)} w(0) + \overline{v(1)} w(1)$$

Znaleźć bazy ortogonalne  $V, W, W^\perp$

ještě  $W = \{v \in V : \int_0^1 v(t) dt = 0\}$ .

Zad 5 (úkol 352)

Znaleziť unit ortogonálny vektor  $u$   
v podprostoru  $W \subset C_3[-1, 1]$  jeďi

$$\langle u | v \rangle = \int_{-1}^1 \overline{v(t)} w(t) dt, \quad W = \{v \in C_3[-1, 1] : v(0) = v(1) = 0\}$$

$$u(x) = x^3.$$