Seria zadań

1) Całki pow IIgo rodzaju

Fichtenholz t3:

640: zad 2, 4, 5, 6

2) Tw Stokes'a

Fichtenholz t3:

640: zad 12, 14

3) Całki trójwymiarowe.

Fichtenholz t3:

648: zad 2, 3, 5, 6, 7, 8

650: zad 6, 7, 10, 11

4) Niech $S = \{(x,y,z) : x^2 + y^2 = (1-z)^2,\ 0 \le z \le 1\}$

Obliczyć $\int_S x\,dy\,dz - yz\,dz\,dx$

dwoma sposobami: a) bezpośrednio
b) korzystając z twierdzenia
Gaussa-Ostrogradzkiego:

Wsk b) D - podstawa stożka

$$D = \{ x^2+y^2 \leq 1 \quad z=0 \}.$$

Zauważyć $\iint_D x\,dy\,dz - y\,dz\,dx = 0.$

Zatem jeśli $V = \{(x,y,z) : x^2+y^2 \leq (1-z)^2\}$

to $\iint_S x\,dy\,dz - yz\,dz\,dx = \iint_{\partial V} x\,dy\,dz - yz\,dz\,dx = \ldots$

Zad 5 Rozwinąć funkcję

$$f(x) = \frac{1}{4}(\pi - x)^2 \quad x \in [0, 2\pi]$$

w szereg Fouriera $f(x) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} c_n e^{inx}$

oraz w trygonometryczny szereg

Fouriera $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)$

Wykorzystując rozwinięcie w szereg

Fouriera udowodnij, że

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \ldots = \frac{\pi^2}{6}.$$

Jaką postać przyjmuje tożsamość

Parseval dla funkcji $f(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{inx}$

Zad 6.
Oblicz wszystkie pochodne dystrybucji $T = T_f$ dla

(a) $f(x) = |x|$

(b) $f(x) = \max(1-|x|, 0)$

(c) $f(x) = |\sin(x)|$.

Zad 7 Niech $f(x) = |x| \cdot \sin(x)$
Oblicz $T_f^{(4)} - T$.

Zad 8. Znaleźć wszystkie dystrybucji T spełniające równanie $x^2 T' = 1$.

Wskazówka:

Wykazać, że $x^2 \, \mathrm{P}\left(\frac{1}{x}\right)' = 1$.