

Seria zadań

Zadanie 1.

W przestrzeni $\mathbb{C}_2[\cdot]$ wprowadźmy iloczyn skalarny wzorem

$$(v_1|v_2) = \int_{-1}^1 dt \overline{v_1(t)} v_2(t).$$

Znaleźć odległość wielomianu $w(t) = 1 + t$ od podprzestrzeni $V = \{v \in \mathbb{C}_2[\cdot] : v(-1) = v(1)\}$.

Zadanie 2.

W przestrzeni \mathbb{C}^2 ze standardowym iloczynem skalarnym rozważmy operator T , którego macierz w bazie standardowej jest równa $\begin{bmatrix} i+2 & 1+2i \\ -1-2i & i+2 \end{bmatrix}$. Sprawdzić, że T jest operatorem normalnym i znaleźć jego rozkład spektralny.

Zadanie 3.

W przestrzeni \mathbb{C}^2 ze standardowym iloczynem skalarnym rozważmy operator T , którego macierz w bazie standardowej jest równa $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$. Sprawdzić, że T jest operatorem normalnym i znaleźć jego rozkład spektralny.

Zadanie 4. W przestrzeni \mathbb{C}^3 ze standardowym iloczynem skalarnym rozważmy

operator T , którego macierz w bazie standardowej jest równa $\begin{bmatrix} \frac{i}{2} & \frac{i}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ \frac{i}{2} & \frac{i}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$.

Sprawdzić, że T jest operatorem unitarnym i znaleźć jego rozkład spektralny.