

**Zadanie 1.** Obliczyć całkę:

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{y dx dy}{1+x+y^2}$$

**Zadanie 2.** Obliczyć objętość bryły ograniczonej z dołu płaszczyzną  $xy$  z boku - płaszczyznami  $x=0$ ,  $x=a$ ,  $y=0$   $y=b$  a z góry wykresem funkcji  $z=x^4+y^4$ .

**Zadanie 3.** Obliczyć całkę  $\iint_C \frac{x^2}{y^2} dx dy$  gdzie  $C$  jest obszarem ograniczonym prostymi  $x=2$ ,  $y=x$  i hiperbolą  $xy=1$ .

**Zadanie 4.** Zmienić porządek całkowania w całce iterowanej

$$a) \int_0^4 dx \int_{3x^2}^{12x} f(x,y) \quad b) \int_0^1 dx \int_{2x}^{3x} f(x,y).$$

**Zadanie 5.** Zapisać przy pomocy jednej całki iterowanej

$$\int_0^1 dy \int_{y^2/9}^y f(x,y) dx + \int_1^3 dy \int_{y^2/9}^1 f(x,y) dx$$

**Zadanie 5.** Obliczyć objętość bryły ograniczonej płaszczyznami  $y=1$ ,  $z=0$ , walcem parabolicznym  $y=x^2$  i paraboloidą  $z=x^2+y^2$ .

**Zadanie 6.** Obliczyć objętość bryły wyciętej walcem  $x^2+y^2=2ax$  z paraboloidy obrotowej  $y^2+z^2=4ax$ .

**Zadanie 7.** Znaleźć środek ciężkości elipsoidy  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1$  zawartej w pierwszej ósemce.

**Zadanie 8.** Znaleźć pole asteroidy  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ .

**Zadanie 9.** Znaleźć masę koła o promieniu  $R$  o gęstości równej w każdym punkcie odległości tego punktu od początku układu współrzędnych.

**Zadanie 10.** Znaleźć objętość elipsoidy  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1$ . Wskazówka: przejść do współrzędnych  $x = ar \cos(\phi)$   $y = br \sin(\phi)$ .

**Zadanie 11.** Obliczyć całkę  $\iint_A \sqrt{\sqrt{x} + \sqrt{y}} dx dy$  gdzie  $A$  jest obszarem ograniczonym osiami współrzędnych oraz krzywą o równaniu  $x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} = 1$ . Wskazówka: przejść do współrzędnych  $x = r \cos^4(\phi)$   $y = r \sin^4(\phi)$ .