

Pytania na egzamin ustny, Analiza I 2019/2020

- (1) Zdania logiczne, operacje logiczne na zdaniach logicznych. Zasada Indukcji Matematycznej.
- (2) Zbiory, relacje i odwzorowania. Relacje równoważności i relacje porządku.
- (3) Aksjomatyka liczb rzeczywistych. Twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności pierwiastków liczb dodatnich.
- (4) Granica ciągu i jej podstawowe własności. Ciągi monotoniczne i ograniczone.
- (5) Podciągi. Twierdzenie Bolzano-Weierstrassa.
- (6) Ciągi Cauchy'ego. Zbieżność ciągów rzeczywistych ciągów Cauchy'ego.
- (7) Twierdzenie Stolz'a.
- (8) Funkcja wykładnicza i logarytm.
- (9) Szeregi o wyrazach dodatnich, podstawowe kryteria zbieżności.
- (10) Szeregi o wyrazach dowolnych. Zbieżność bezwzględna i warunkowa. Twierdzenie Abela, kryterium Dirichleta i kryterium Leibniza.
- (11) Mnożenie szeregów i twierdzenie Mertensa
- (12) Funkcje trygonometryczne i liczba π .
- (13) Ciągłość funkcji. Definicja, przykłady, podstawowe własności. Charakteryzacja ciągłości w terminach $\varepsilon - \delta$.
- (14) Własność Darboux.
- (15) Twierdzenie Weierstrassa o przyjmowaniu kresów.
- (16) Ciągłość funkcji odwrotnej.
- (17) Jednostajna ciągłość, twierdzenie o jednostajnej ciągłości funkcji ciągłej $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$.
- (18) Pojęcie pochodnej, arytmetyczne własności pochodnej, pochodna złożenia i funkcji odwrotnej.
- (19) Ekstremum lokalne, warunek konieczny (lemat Fermata), twierdzenie Rolle'a.
- (20) Twierdzenie Cauchy'ego i twierdzenie Lagrange'a o wartości średniej. Monotoniczność a pierwsza pochodna.
- (21) Pochodne wyższych rzędów. Wzór Maclaurina/Taylora z resztą w postaci Peano.
- (22) Warunki dostateczne istnienia ekstremów lokalnych.
- (23) Warunki dostateczne wypukłości.
- (24) Wzór Taylora v2 (z resztą Schloemilcha-Rochea).
- (25) Reguły de l'Hospitala.
- (26) Całka Riemanna: podziały, suma/całka górna, suma/całka dolna, funkcje całkowalne w sensie Riemanna. Charakteryzacja funkcji całkowalnych w sensie Riemanna. Całkowalność sumy funkcji całkowalnych w sensie Riemanna.
- (27) Całkowalność złożenia funkcji ciągłej z całkowalną. Całkowalność iloczynu funkcji całkowalnych w sensie Riemanna.

- (28) Wypunktowane sumy Riemanna, zasadnicze twierdzenie rachunku różniczkowego.
- (29) Istnienie funkcji pierwotnej dla funkcji ciągłej.
- (30) Twierdzenie o całkowaniu przez części i twierdzenie o całkowaniu przez podstawienie.
- (31) Całka niewłaściwa na przedziale $[0, \infty[$. Warunek Cauchy'ego dla całek niewłaściwych. Całkowalność bezwzględna i całkowalność warunkowa.
- (32) Twierdzenie o wartości średniej dla całki. Kryterium Abela-Dirichleta dla całek niewłaściwych.
- (33) Zbieżność punktowa i jednostajna ciągów funkcyjnych. Ciągłość granicy jednostajnie zbieżnego ciągu funkcyjnego.
- (34) Zbieżność jednostajna ciągu funkcyjnego spełniającego jednostajny warunek Cauchy'ego. Twierdzenie o różniczkowaniu ciągów funkcyjnych.
- (35) Szeregi potęgowe. Granica górna a promień zbieżności szeregu potęgowego. Różniczkowanie szeregu potęgowego.
- (36) Twierdzenie Weierstrassa.
- (37) Ciągłość i różniczkowalność całki z parametrem.