

Kolokwium nr 1 - Analiza III 2009/2010L

2 Listopada 2009, godz. 9:00, AulaDF

Wszelkie pytania oraz uwagi o błędach proszę kierować do prowadzących kolokwium!

Zadanie 1. Znaleźć jawną postać funkcji

$$F(a) := \int_0^\pi \frac{\log(1 + a \cos x)}{\cos x} dx$$

dla $-1 < a < 1$.

Zadanie 2. Niech

$$F : \mathbb{R}^3 \ni (x, y, z) \mapsto (z^2 - x^2 - y^2 - 7, 2x + y + z) \in \mathbb{R}^2.$$

Zbadać, czy $\mathcal{M} := F^{-1}\{(0, 0)\}$ jest powierzchnią. Określmy w $\mathbb{R}^3$ pole wektorowe wzorem

$$\mathcal{X} = -2 \frac{\partial}{\partial x} + 5 \frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial z}.$$

Znaleźć wszystkie punkty $(x, y, z) = p \in \mathcal{M} \subset \mathbb{R}^3$, takie, że $\mathcal{X}_p \in T_p \mathcal{M}$.

Zadanie 3. Na $\mathbb{R}^4$ zadajemy pole 2-form wzorem

$$\omega := dx \wedge dt - dy \wedge dt + 2 dz \wedge dt + dx \wedge dz + dy \wedge dz.$$

Znaleźć wszystkie funkcje f dla których $f \cdot \omega$ jest formą zamkniętą.

Wskazówka: Zauważyć, że ω jest formą prostą.

Zadanie 4. Na $\mathbb{R}^3$ zadajemy pole 2-form wzorem

$$\omega := \frac{1}{z^3} [x dy \wedge dz + y dz \wedge dx + z dx \wedge dy].$$

Zbadać, czy ω jest zamknięta. Jeśli to możliwe, podać formę pierwotną do ω .

Wskazówka: Wykorzystać walory współrzędnych sferycznych.