

Kolokwium nr 2 - Analiza III 2009/2010L

14 Grudnia 2009, godz. 9:00, AulaDF

Wszelkie pytania oraz uwagi o błędach proszę kierować do prowadzących kolokwium!

Zadanie 1. Obliczyć strumień pola

$$\mathcal{A} = xy \frac{\partial}{\partial y} - x^2 z^2 \frac{\partial}{\partial x}$$

przez półsfery

$$\mathcal{S} = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, x \geq 0 \right\}$$

zorientowaną na zewnątrz.

Wskazówka: Skorzystać z twierdzenia Stokesa podczas całkowania pewnej dwuformy.

Zadanie 2. Niech $\mathcal{K} \subset \mathbb{R}^3$ będzie dwuwymiarową rozmaitością oraz

$$\mathcal{K} = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - z^4 = 0, 0 \leq z \leq 1 \right\}.$$

Obliczyć, indukowaną z $\mathbb{R}^3$, objętość $\mathcal{K}$.

Wskazówka: Nie mylić objętości z podstawówki z objętością w geometrii różniczkowej.

Zadanie 3. Znaleźć urojoną część $v(x, y)$ meromorficznej funkcji $\Phi(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, gdy

$$u = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}.$$

Wskazówka: Współrzędne biegunowe mogą ułatwić sprawę.

Zadanie 4. Obliczyć całkę

$$\mathcal{I} = \int_0^\infty \frac{1}{x^6 + 1} dx.$$

Wskazówka: Wykorzystać walory funkcji zmiennej zespolonej.