

Kolokwium dodatkowe A - Analiza III 2009/2010L

18 Stycznia 2010, godz. 9:00, SST

Wszelkie pytania oraz uwagi o błędach proszę kierować do prowadzących kolokwium!

Zadanie 1. Znaleźć jawną postać funkcji $\mathcal{F} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ danej przez całkę

$$\mathcal{F}(a) = \int_0^\infty e^{-x} \left(\frac{1 - \cos ax}{x} \right) dx.$$

Zadanie 2. Niech

$$\mathcal{X} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \left(zx \frac{\partial}{\partial x} + zy \frac{\partial}{\partial y} - (x^2 + y^2) \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

będzie polem wektorowym na $\mathbb{R}^3 \setminus \{(0, 0, 0)\}$. Zapisując pole $\mathcal{X}$ we współrzędnych sferycznych sprawdzić, że jest ono styczne do jednostkowej sfery dwuwymiarowej $\mathcal{S}^2$.

Zadanie 3. Na $\mathbb{R}^n$ określamy 2–formę ω wzorem

$$\omega = \frac{1}{2} \sum_{i,j} (j - i)^3 (f^i \wedge f^j),$$

gdzie $i, j \in \{1, \dots, n\}$. Znaleźć bazę, w której ω przyjmuje postać kanoniczną.

Wskazówka: Rozpisać sumę na cztery sumy, po czym skorzystać z rozmaitych symetrii i własności.

Zadanie 4. Sprawdzić, czy pole wektorowe $\mathcal{B}$ zadane na $\mathbb{R}^3$ wzorem

$$\mathcal{B} = (x + z) \frac{\partial}{\partial x} - y \frac{\partial}{\partial y} + x \frac{\partial}{\partial z}$$

posiada potencjały: skalarny, wektorowy. W przypadku pozytywnej odpowiedzi podać odpowiednią rodzinę potencjałów.

Wskazówka: Metryka jest euklidesowa, a forma objętości standardowa.