

Egzamin ustny z Analizy III

semestr zimowy 2009/2010

*Szanowni Państwo, poniżej znajdują państwo wstępną wersję pytań z Analizy III. Tym razem nie dzielę pytań na łatwe i trudne. Nadal obowiązuje zasada, że osoba, która chciałaby dostać piątkę musi umieć dowodzić twierdzenia a osoba, która chce dostać czwórkę musi umieć dowodzić niektóre twierdzenia. Litera **D** przy pytaniu oznacza, że odpowiadając można się wykazać umiejętnością dowodzenia i zarobić na dobry stopień. Litera **F** oznacza, że pytanie jest fundamentalne i koniecznie trzeba umieć na nie odpowiedzieć.*

Pytanie 1. Powierzchnia wymiaru k zanurzona w $\mathbb{R}^n$: definicja, przykłady, podstawowe twierdzenia służące do sprawdzania czy dany zbiór jest powierzchnią. (**D**, **F**)

Pytanie 2. Wektor styczny do powierzchni, przestrzeń styczna. (**F**)

Pytanie 3. Różniczka funkcji w punkcie, przestrzeń kostyczna. (**F**)

Pytanie 4. Bazy w przestrzeniach stycznej i kostycznej związane ze współrzędnymi na powierzchni, zachowanie względem zmiany układu współrzędnych. (**F**)

Pytanie 5. Odwzorowanie styczne, definicja, przykłady, macierz, odwzorowanie dualne.

Pytanie 6. Pola wektorowe i formy na powierzchni, cofnięcie formy i transport pola.

Pytanie 7. Wieloformy na powierzchni. Iloczyn zewnętrzny: definicja i własności. (**D**, **F**)

Pytanie 8. Różniczka zewnętrzna, definicja, własności, wyrażenia we współrzędnych. (**D**, **F**)

Pytanie 9. Formy zamknięte i zupełne, lemat Poincaré. (**D**)

Pytanie 10. Orientacja przestrzeni wektorowej i orientacja powierzchni. Forma objętości zorientowanej.

Pytanie 11. Całkowanie form po powierzchniach zorientowanych. (**F**)

Pytanie 12. Powierzchnie z brzegiem, twierdzenie Stokes'a. (**D**, **F**)

Pytanie 13. Powierzchnie z iloczynem skalarnym. Gradient, dywergencja, rotacja, laplasjan.

Pytanie 14. Klasyczne wersje twierdzenia Stokes'a. (**D**)

Pytanie 15. Różniczkowalność w sensie zespolonym, równania Cauchy-Riemann'a. (**F**)

Pytanie 16. Symbole $\frac{\partial}{\partial z}$, $\frac{\partial}{\partial \bar{z}}$, dx , $d\bar{z}$.

Pytanie 17. Całka z funkcji zespolonej wzdłuż krzywej, związek z geometrią różniczkową. (**F**)

Pytanie 18. Wzór Cauchy'ego (**D**, **F**)

Pytanie 19. Wnioski ze wzoru Cauchy'ego, wzór na pochodną funkcji holomorficznej w punkcie.

Pytanie 20. Twierdzenie Liouville'a o funkcjach całkowitych (**D**, **F**)

Pytanie 21. Twierdzenie Taylora o rozwinięciu funkcji holomorficznej w szereg. (**D**, **F**)

Pytanie 22. Logarytm i pierwiastek jako funkcje argumentu zespolonego, wieloznaczność.

Pytanie 23. Funkcje holomorficzne w pierścieniu, rozwinięcie w szereg Laurenta'a. (**D**, **F**)

Pytanie 24. Różne typy osobliwości izolowanych, residuum funkcji w punkcie osobliwym.

Pytanie 25. Twierdzenie o residuach jego zastosowanie do obliczania typowych całek (przykłady).

Pytanie 26. Sfera Riemanna, residuum w nieskończoności.

Pytanie 27. Funkcje meromorficzne na sferze Riemanna i na $\mathbb{C}$ (**F**)

Pytanie 28. Wzór na liczbę zer i biegunów funkcji meromorficznej. (**D**)

Pytanie 29. Rozkład funkcji meromorficznej na ułamki proste. (**D**)