Warszawa 30.01.2006

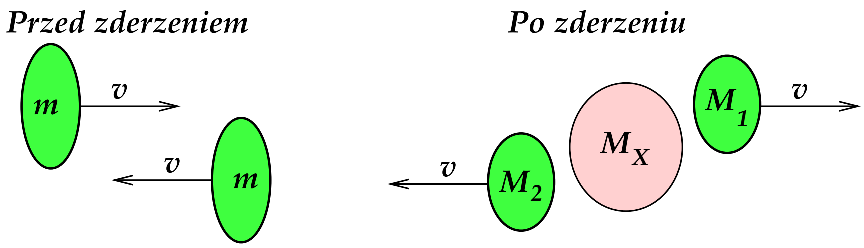
Piotr Nieżurawski

Egzamin pisemny

Zadanie 3 (wersja A i B).

Dwa jądra atomowe zbliżają się do siebie. Każde ma masę m i porusza się z prędkością v (kierunki prędkości są równoległe). Po zderzeniu obserwujemy dwa jądra o masach $M_1 = \frac{3}{4}m$ i $M_2 = \frac{1}{4}m$, które kontynuują ruch pierwotnych jąder (tzn. mają tę samą prędkość i kierunek co pierwotne jądra), oraz układ cząstek powstałych w zderzeniu, X. Obliczyć masę niezmienniczą układu X, M_X. Podać również wyrażenie na M_X w szczególnych przypadkach: a) $M_1 = M_2$ oraz b) $M_1 = M_2 = \frac{1}{2}m$.

Uwaga: Zastanowić się, jaki jest kierunek wektora pędu układu X. Pominąć efekty związane z budową jądra.



Rozwiązanie.

Ze względu na zasadę zachowania pędu pęd układu X jest równoległy do wektora prędkości $\vec{v}$ – jest to problem jednowymiarowy. Jednostki: $c = 1$. Oznaczenia: $\gamma \equiv (1 - v^2)^{-1/2}$.

Sposób I „bezpośredni": Dodaję energie i pędy zderzających się fragmentów jąder

Energia: $E_X = \gamma(m - M_1) + \gamma(m - M_2)$.

Pęd: $P_X = v\gamma(m - M_1) - v\gamma(m - M_2)$.

Sposób II „pośredni": Odejmuję energie i pędy pozostałych fragmentów jąder od całkowitej energii i pędu

Energia przed zderzeniem: $E_{przed} = e + e$, gdzie $e = \gamma m$.

Energia po zderzeniu: $E_{po} = E_1 + E_2 + E_X$, gdzie $E_1 = \gamma M_1$oraz $E_2 = \gamma M_2$.

Pęd przed zderzeniem: $p_{przed} = p_1 + p_2$, gdzie $p_1 = v\gamma m$ oraz $p_2 = -v\gamma m$.

Pęd po zderzeniu: $p_{po} = P_1 + P_2 + P_X$, gdzie $P_1 = v\gamma M_1$ oraz $P_2 = -v\gamma M_2$.

Z zasady zachowania energii, $E_{przed} = E_{po}$, otrzymuję $E_X = 2e - E_1 - E_2 = \gamma(2m - M_1 - M_2)$.

Z zasady zachowania pędu, $p_{przed} = p_{po}$, otrzymuję $P_X = p_1 + p_2 - P_1 - P_2 = v\gamma(-M_1 + M_2)$.

Odpowiedź

Masa niezmiennicza układu X wynosi

$$M_X = (E_X^2 - P_X^2)^{1/2} = \gamma[(2m - M_1 - M_2)^2 - v^2(M_1 - M_2)^2]^{1/2}.$$

Jeśli $M_1 = \frac{3}{4}m$ i $M_2 = \frac{1}{4}m$, to otrzymuję $M_X = \gamma[1 - v^2/4]^{1/2}$.

a) Dla $M_1 = M_2$ otrzymuję $M_X = \gamma 2(m - M_1)$.

b) Dla $M_1 = M_2 = \frac{1}{2}m$ otrzymuję $M_X = \gamma m$.