Fizyka Elementarna – materiały dla studentów. Część 20, 21 i 22

Przygotowanie: Grzegorz Brona, 20.12.2008

Podstawowe definicje:

Każdy ruch powtarzający się w regularnych odstępach czasu nazywany jest ruchem okresowym. Jeżeli ruch ten opisywany jest sinusoidalną funkcją czasu to jest to ruch harmoniczny. W ruchu harmonicznym ciało podlega sile proporcjonalnej do wychylenia z położenia równowagi i mającej zwrot w stronę położenia równowagi (siła zwrotna):

$$\vec{F} = -k\,\vec{x}$$

gdzie x jest wychyleniem z położenia równowagi, zaś k współczynnikiem proporcjonalności.

Położenie oscylatora harmonicznego może być opisane funkcją:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$$

gdzie A – amplituda
ω – częstość kołowa
φ – faza początkowa

Częstość kołowa wiąże się z okresem: $T = \frac{2\pi}{\omega}$ oraz częstotliwością: $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$

Pytania:

1. Od czego zależy okres drgań harmonicznych kulki zawieszonej na nieważkiej sprężynie? Czy zależy od masy kulki? Czy zależy od własności sprężyny? Czy zmieni się po umieszczeniu układu na Księżycu? Co się stanie po zanurzeniu układu w cieczy?

2. Od czego zależy okres drgań kulki zawieszonej na nici w polu grawitacyjnym ziemskim? Czy zależy od maksymalnego wychylenia nici w tym ruchu? Czy zależy od długości nici? Czy zmieni się gdy masa kulki wzrośnie? Czy zmieni się po przeniesieniu układu na Księżyc?

3. Czy okres małych drgań kulki zawieszonej na nici wewnątrz windy będzie taki sam, gdy ta winda będzie: a) w spoczynku, b) będzie poruszała się ruchem jednostajnym w górę, c) będzie poruszała się ruchem jednostajnym w dół, d) przyśpieszała w ruchu w górę, e) przyśpieszała w ruchu w dół.

Zadania do rozwiązania na ćwiczeniach. Seria 20.

Zadanie 1

Punkt Q porusza się w płaszczyźnie XOY po okręgu o promieniu A ze stałą prędkością kątową ω. Punkt P jest rzutem prostopadłym punktu Q na oś OX. Opisz ruch (położenie, prędkość i przyśpieszenie) punktu P. Znajdź związek pomiędzy położeniem i przyśpieszeniem punktu P.

Zadanie 2

Oscylatorem harmonicznym nazywamy punkt materialny, który wykonuje drgania pod wpływem siły zwrotnej $F(x)=-kx$. Zapisz równanie ruchu oscylatora harmonicznego, rozwiąż to równanie (otrzymaj $x(t)$) oraz korzystając z pojęcia pochodnej policz prędkość i przyśpieszenie oscylatora.

Zadanie 3

Kulka poruszająca się ruchem harmonicznym, w chwili t=0 przechodziła przez położenie równowagi. W pewnej chwili t_1 miała natomiast prędkość v_1=3 m/s, a następnie po przebyciu drogi L=2 m osiągnęła prędkość v_2=2 m/s (w międzyczasie nie przechodziła przez położenie równowagi). Jaka była średnia prędkość kulki na drodze L, jeśli okres drgań kulki $T=8\pi$ s?

Zadanie 4

Kulka o masie m jest przymocowana do sprężynki i wykonuje drgania harmoniczne o amplitudzie A w kierunku poziomym. Siła zwrotna jest określona współczynnikiem sprężystości k, charakteryzującym właściwości sprężynki. Znaleźć energię drgającej kulki. Znaleźć jej prędkość w momencie przechodzenia przez punkt równowagi.

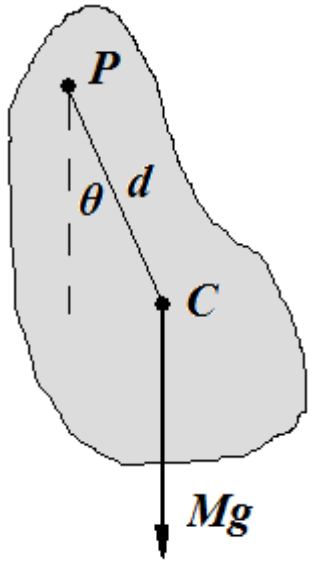
Zadanie 5

Na gładkim poziomym stole leży kula o masie M przymocowana do sprężyny o współczynniku sprężystości k. W kulę trafia pocisk o masie m mający w chwili uderzenia prędkość v_0 skierowaną wzdłuż osi sprężyny. Wyznacz amplitudę A i okres T drgań kuli. Przyjmij, że uderzenie było idealnie niesprężyste i nie uwzględniaj masy sprężyny.

Zadania do rozwiązania na ćwiczeniach. Seria 21.

Zadanie 1
Wahadło proste jest to ciało punktowe o pewnej masie *m* zawieszone na cienkiej nierozciągliwej nici o długości *L*. Wytrącone z równowagi zaczyna ono wahać się w płaszczyźnie pionowej pod wpływem siły ciężkości. Znaleźć okres tego ruchu przy założeniu małych drgań.

Zadanie 2
Płaskie ciało o nieregularnym kształcie może obracać się względem osi przechodzącej przez punkt *P* (rysunek). Odległość pomiędzy środkiem masy ciała *C*, a osią obrotu wynosi *d*. Ciało to zostało odchylone od położenia równowagi o niewielki kąt θ. Przyjmując, że moment bezwładności ciała względem osi obrotu wynosi *I*, a jego masa *M*, oblicz okres drgań.



Zadanie 3
Krążek o promieniu *r* jest zawieszony w punkcie leżącym na jego obwodzie. Znaleźć okres małych drgań i podać długość równoważnego wahadła matematycznego.

Zadanie 4
Zapisać równanie ruchu dla oscylatora tłumionego, gdzie siła tłumiąca jest proporcjonalna do wartości prędkości. Sprawdzić, że równanie $x = Ae^{\frac{-bt}{2m}}\cos(\omega t + \varphi)$, spełnia to równanie ruchu (przy założeniu małego tłumienia). Podać interpretacje parametrów ω, b, A. Narysować odpowiedni rysunek przedstawiający ruch.

Zadanie 5
Oscylator tłumiony o masie 1,5 kg, współczynniku sprężystości k=8,0 N/m wychylono z położenia równowagi o 12 cm, a następnie puszczono. Przy założeniu, że siła tłumiąca jest dana wyrażeniem $-bv$, w którym b=0,23 kg/s , znaleźć liczbę oscylacji wykonanych przez ciało w przedziale czasu potrzebnym na to, by amplituda spadła do trzeciej części wartości początkowej.

Zadania do rozwiązania na ćwiczeniach. Seria 22.

Zadanie 1
Rozważyć złożenie dwu ruchów harmonicznych – w kierunku osi OX zadany równaniem:

$$x(t)=A_X\cos(\omega t+\varphi_X)$$

oraz w kierunku osi OY zadany równaniem:

$$y(t)=A_Y\cos(\omega t+\varphi_Y)$$

w przypadkach gdy:
a) $A_X=A_Y$, $\varphi_X=\varphi_Y$
b) $A_X=0{,}5\,A_Y$, $\varphi_X=\varphi_Y$
c) $A_X=A_Y$, $\varphi_X=\varphi_Y+\pi/2$
d) $A_X=0{,}5\,A_Y$, $\varphi_X=\varphi_Y+\pi/2$

Zadanie 2
Oscylator harmoniczny drgający w kierunku osi OY z okresem *T* wytwarza w ośrodku, w którym jest umieszczony, falę rozprzestrzeniającą się w kierunku osi OX z prędkością v. Napisz równanie tej fali. Co trzeba zmienić w zapisanym równaniu, aby opisywało ono przypadek, w którym fala rozprzestrzenia się w kierunku przeciwnym do zwrotu osi OX.

Zadanie 3
Rozważyć przypadek, w którym dwie jednakowe fale rozprzestrzeniają się w kierunku osi OX w przeciwne strony. Co można powiedzieć o właściwościach otrzymanej fali „wypadkowej”?

Zadanie 4
Nieruchomy względem źródła dźwięku obserwator zaobserwował, że źródło to generuje dźwięk o częstotliwości ν. Jaką częstotliwość ν' zarejestruje obserwator oddalający się od źródła dźwięku ruchem jednostajnym z prędkością *V*?