

Szereg Fouriera $f(t) = |\cos t|$

$$\begin{aligned}
 c_n &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(t) e^{\frac{2\pi i n t}{\pi}} dt = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1}{2} (e^{it} + e^{-it}) e^{2i n t} dt \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (e^{(2n+1)it} + e^{(2n-1)it}) dt = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{(2n+1)it} dt + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{(2n-1)it} dt \right] \\
 &= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{(2n+1)i} (e^{(2n+1)\frac{\pi}{2}i} - e^{-(2n+1)\frac{\pi}{2}i}) + \frac{1}{(2n-1)i} (e^{(2n-1)\frac{\pi}{2}i} - e^{-(2n-1)\frac{\pi}{2}i}) \right] \\
 &= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{(2n+1)i} (e^{\pi n i} e^{\frac{\pi}{2}i} - e^{-\pi n i} e^{-\frac{\pi}{2}i}) + \frac{1}{(2n-1)i} (e^{\pi n i} e^{-\frac{\pi}{2}i} - e^{-\pi n i} e^{\frac{\pi}{2}i}) \right] \\
 &= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{(2n+1)i} ((-1)^n i - (-1)^n (-i)) + \frac{1}{(2n-1)i} ((-1)^n (-i) - (-1)^n i) \right] \\
 &= \frac{1}{\pi} \left[\frac{(-1)^n i}{(2n+1)i} - \frac{(-1)^n i}{(2n-1)i} \right] = \frac{(-1)^{n+1}}{2\pi \left(n + \frac{1}{2} \right) \left(n - \frac{1}{2} \right)}
 \end{aligned}$$

Szereg Fouriera $f(t) = |\cos t|$

$$c_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(t) e^{\frac{2\pi i n t}{\pi}} dt \quad T = \pi$$
$$= \frac{1}{\pi} \left[\frac{(-1)^n i}{(2n+1)i} - \frac{(-1)^n i}{(2n-1)i} \right] = \frac{(-1)^{n+1}}{2\pi \left(n + \frac{1}{2}\right) \left(n - \frac{1}{2}\right)}$$

$$f(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n \exp\left(\frac{2i\pi n t}{T}\right)$$

Dyskretna Transformacja Fouriera

$$X(k) = \sum_{t=0}^{N-1} x(t) \exp\left(\frac{-2i\pi kn}{N}\right)$$

$$x(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \exp\left(\frac{2i\pi kn}{N}\right)$$

Proszę obliczyć transformatę Fouriera sygnału

$$f(t) = |\cos t|$$

o długości $T = 2$ s

i częstotliwości próbkowania $F_s = 10000$ Hz

a następnie zrekonstruować sygnał z transformaty

Szybka Transformacja Fouriera

```
X = numpy.fft.fft(x)
```

```
x = numpy.fft.ifft(X)
```

Proszę obliczyć transformatę Fouriera sygnału

$$f(t) = | \cos t |$$

o długości $T = 2$ s

i częstotliwości próbkowania $F_s = 10000$ Hz

a następnie zrekonstruować sygnał z transformaty