

Zagadnienia do egzaminu ustnego Algebra B 2010-11

1. Liczby zespolone: definicja, własności działań, sprzężenie, moduł, postać trygonometryczna, wzory de Moivre'a.
2. Definicja ciała, przykłady ciał.
3. Pierwiastki z liczb zespolonych, pierwiastki n -tego stopnia z jedynki jako grupa.
4. Równania wielomianowe o współczynnikach zespolonych, rozwiązania równań 2-go i 3-go stopnia, pierwiastki wielomianów o współczynnikach rzeczywistych.
5. Wielomiany, dzielenie wielomianów, algorytm Euklidesa, NWD, rozkład na czynniki, wielomiany nierozkładalne.
6. Zasadnicze twierdzenie algebry, wielomiany nierozkładalne o wsp. zespolonych.
7. Ułamki proste nad \mathbb{R} i \mathbb{C} , twierdzenie o rozkładzie na ułamki proste.
8. Przestrzenie wektorowe: definicja, przykłady, podprzestrzenie, suma i przecięcie podprzestrzeni.
9. Kombinacje liniowe wektorów, podprzestrzeń generowana przez podzbiór, liniowa niezależność wektorów, baza przestrzeni wektorowej.
10. Odwzorowania liniowe, własności zbioru $L(V, W)$
11. Jądro i obraz odwzorowania liniowego, związek między wymiarami.
12. Macierz odwzorowania liniowego w bazach, zmiana macierzy przy zmianie baz, macierz złożenia.
13. Operacje na macierzach, rząd (kolumnowy) macierzy, operacje nie zmieniające rzędu macierzy.
14. Układy równań liniowych, redukcja wierszowa, istnienie rozwiązań i postać rozwiązań.
15. Grupy, definicja, przykłady, grupa permutacji.
16. Rozkład permutacji na cykle, znak permutacji – różne definicje.
17. Wyznacznik macierzy - definicja, podstawowe własności, rozwinięcie Laplace'a.
18. Wyznacznik iloczynu macierzy, wzór na macierz odwrotną, wyznacznik odwzorowania liniowego.
19. Wzory Cramera.
20. Wartości i wektory własne, wielomian charakterystyczny, tw. Cayleya-Hamiltona.
21. Operatory nilpotentne, tw. o rozkładzie na podprzestrzenie niezmiennicze, postać kanoniczna endomorfizmu.
22. Sposoby obliczania funkcji od endomorfizmu.
23. Przestrzeń sprzężona, baza dualna, sprzężenie odwzorowania liniowego.
24. Formy dwuliniowe, macierz formy dwuliniowej, własności transformacyjne przy zmianie bazy.
25. Formy dwuliniowe symetryczne, formy kwadratowe, sygnatura i rząd formy kwadratowej.
26. Metoda Lagrange'a znajdowania bazy diagonalizującej formę.
27. Ortogonalizacja Grama-Schmidta.
28. Iloczyn skalarny, podstawowe własności, nierówność Schwarta, podstawowe przykłady.
29. Dopełnienie ortogonalne, tw o rzucie ortogonalnym.
30. Własności metryczne p. z iloczynem skalarnym, odległość wektora od podprzestrzeni, odległość podprzestrzeni afinicznych.
31. Objętość równoległościanu, wyznacznik Grama.
32. Postać funkcjonału liniowego w p. z iloczynem skalarnym, operator hermitowsko sprzężony.

33. Formy dwuliniowe (hermitowskie) a operatory w p. z iloczynem skalarnym.
34. Operatory normalne, hermitowskie, unitarne - definicje i podstawowe własności.
35. Twierdzenie o diagonalizacji operatora normalnego. Rozkład spektralny operatorów samosprężonych.
36. Diagonalizacja formy kwadratowej w przestrzeni z iloczynem skalarnym.
37. Powierzchnie stopnia 2 (kwadryki) i ich klasyfikacja.
38. Rozkład biegunowy.
39. Własności komutatora macierzy, def. algebry Liego, podstawowe przykłady.
40. Grupa obrotów w \mathbb{R}^3 .