Zadania Domowe do wykładu Algebra z Geometrią
Seria 2

2.11.2010

1. Wielomian $w(n) = 4n^4 + n^3 + 3n + 2$ jest wielomianem nad ciałem Z_5 ($w \in W(Z_5)$).
(a) Znaleźć wszystkie miejsca zerowe tego wielomianu
(b*) Rozłożyć ten wielomian na iloczyn wielomianów możliwie najniższego stopnia nad ciałem Z_5.

Zadania 2-6 dotyczą wielomianów nad ciałem liczb zespolonych ($W(C)$)

2. Wykonać dzielenie z resztą wielomianu f przez wielomian g:
(a) $f(x) = 5x^3 + 8x^2 + 4x + 7$, $g(x) = x - 2$
(b) $f(x) = x^4 + 7x^2 + 6$, $g(x) = x^2 + 1$
(c) $f(x) = 60ix^5$, $g(x) = 2x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 1$

3. Znaleźć $NWD(f, g)$:
(a) $f(x) = 2x^4 + 9x^3 - 80x^2 - 248x - 168$, $g(x) = 2x^3 + 7x^2 - 89x - 150$
(b) $f(x) = x^4 + 7x^2 + 6$, $g(x) = x^2 + 1$
(c) $f(x) = 2x^4 + 20x^2 + 6x - 16$, $g(x) = x^3 + 4x^2 - 10x + 3$

4. Znaleźć dowolne wielomiany u i v takie, że $uf + vg = NWD(f, g)$, gdy:
(a) $f(x) = x - 7$, $g(x) = x + 9$
(b) $f(x) = x^2 + 4x - 21$, $g(x) = x^3 - 7x^2 + 7x + 15$

5. Znaleźć lub pokazać, że nie istnieją dowolne wielomiany u i v takie, że $uf + vg = 1$, gdy:
(a) $f(x) = x - 5$, $g(x) = x + 6$
(b) $f(x) = x^2 + 9$, $g(x) = x^3 + 6x^2 + 81$
(c) $f(x) = x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$, $g(x) = 2x^3 - 2x^2 + 2x - 2$

6. Rozłożyć wielomiany na czynniki pierwszego stopnia:
(a) $w(x) = x^6 + 7x^3 + 10$
(b) $w(x) = x^5 + 3x^4 - 23x^3 - 51x^2 + 94x + 120$
(c) $w(x) = x^4 + x^3 - 2$

Zadania i polecenia oznaczone symbolem * są nadobowiązkowe.