

**ĆWICZENIA DOMOWE PRZYGOTOWUJĄCE DO ZAJĘĆ**  
**18/10/2011**

Zad. 1. Udowodnij poniższe stwierdzenia (w których  $f : X \rightarrow Y$  i  $g : Y \rightarrow X$  to odwzorowania określone dla pary zbiorów  $X, Y$ ):

- (i)  $f \circ g$  surjektywne  $\implies f$  surjektywne;
- (ii)  $f \circ g$  injektywne  $\implies g$  injektywne;
- (iii)  $\exists g : Y \rightarrow X : g \circ f = \text{id}_X$  ( $f$  ma lewą odwrotność)  $\iff f$  injektywne;
- (iv)  $\exists g : Y \rightarrow X : f \circ g = \text{id}_Y$  ( $f$  ma prawą odwrotność)  $\iff f$  surjektywne;
- (v) ilekroć  $g$  injektywne,  $g \circ f$  zaś surjektywne, to  $f$  także surjektywne.

Zad. 2. Zbadaj injektywność/surjektywność podanych odwzorowań, opisz ich poziomicę i zbiory wartości:

- (i)  $f : \mathbb{R}^2/\{(0,0)\} \rightarrow \mathbb{R} : (x_1, x_2) \mapsto \frac{x_1}{x_1^2+x_2^2}$ ;
- (ii)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto 2x^2 - 3x + 1$ ;
- (iii)  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} : n \mapsto 2n^2 - 3n + 1$ .

Warszawa, 17. października 2011 r.