Fizyka Materii Skondensowanej
Równanie Boltzmana II

Wydział Fizyki UW
Jacek.Szczytko@fuw.edu.pl

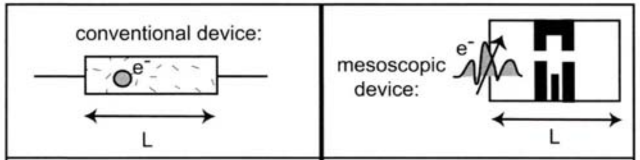
KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY

Projekt: POKL 04.01.01-00-100/10-00 "Chemia, fizyka i biologia na potrzeby społeczeństwa XXI wieku: nowe makrokierunki studiów I, II i III stopnia"

Transport

Układy makro- i mezoskopowe, reżimy trasportu:



$L \gg l_e$	diffusive	$L \lesssim l_e$	ballistic
$L \gg l_\phi$	incoherent	$L \lesssim l_\phi$	phase coherent
$L \gg \lambda_F$	no size quantization	$L \lesssim \lambda_F$	size quantization
$e^2/C < k_B\Theta$	no single electron charging	$e^2/C \gtrsim k_B\Theta$	single electron charging effects

T. Heinzel, „Mesoscopic Electronics in Solid State Nanostuctures", VILEY-VCH, 2007

M. Baj.

Równanie Boltzmana

Jeśli nie ma rozproszeń, to podczas ruchu w przestrzeni fazowej ***wszystkie*** te elektrony, które w czasie $t + \Delta t$ znalazły się elemencie przestrzeni fazowej opisanej współrzędnymi $\vec{r} + \Delta\vec{r}, \vec{k} + \Delta\vec{k}$, w czasie t były w elemencie przestrzeni fazowej o współrzędnych $\vec{r}, \vec{k}$. Stąd wniosek, że:

$$f(\vec{r} + \Delta\vec{r}, \vec{k} + \Delta\vec{k}, t + \Delta t) = f(\vec{r}, \vec{k}, t)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t}\Delta t + \nabla_{\vec{r}} f \cdot \Delta\vec{r} + \nabla_{\vec{k}} f \cdot \Delta\vec{k} = 0$$

Ponieważ $\Delta\vec{r} = \vec{v}\Delta t$ i $\Delta\vec{k} = \vec{F}\Delta t/\hbar$ dostajemy

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla_{\vec{r}} f + \frac{1}{\hbar}\vec{F} \cdot \nabla_{\vec{k}} f = 0$$

Jeśli jednak są rozproszenia, to część elektronów opuszcza rozpatrywany element przestrzeni fazowej (ulegają rozproszeniom ***ze*** stanów zawartych w tym elemencie na zewnątrz niego), zaś część do niego wchodzi (rozproszenia ***do*** stanów zawartych w tym elemencie). Wtedy prawa strona powyższego równania nie równa się zeru (tzw. człon zderzeniowy)

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla_{\vec{r}} f + \frac{1}{\hbar}\vec{F} \cdot \nabla_{\vec{k}} f = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{zd}$$

Co można zapisać w postaci:

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{dryf} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{zd}$$

R. Stępniewski.

Równanie Boltzmana

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla_{\vec{r}} f + \frac{1}{\hbar}\vec{F} \cdot \nabla_{\vec{k}} f = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{zd}$$

Co można zapisać w postaci:

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{dryf} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{zd}$$

gdzie człon dryfowy:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{dryf} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{dyfuzja} + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{pole} = -\vec{v} \cdot \nabla_{\vec{r}} f - \frac{1}{\hbar}\vec{F} \cdot \nabla_{\vec{k}} f$$

człon zderzeniowy:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{zd} = b - a$$

Dla rozproszeń w obrębie jednego pasma:

$$a = \int_{SB} W(\vec{k}, \vec{k}')[1 - f(\vec{k}')]\rho(\vec{k}')f(\vec{k})d^3\vec{k}'$$

a – częstość zderzeń przeprowadzających elektron ze stanu $\vec{k}$ do jakiegokolwiek $\vec{k}'$

$$b = \int_{SB} W(\vec{k}'', \vec{k})[1 - f(\vec{k})]\rho(\vec{k}'')f(\vec{k}'')d^3\vec{k}''$$

b– częstość zderzeń przeprowadzających elektron do stanu $\vec{k}$ z jakiegokolwiek $\vec{k}''$

Równanie Boltzmana

Wnioski – TRANSPORT DYFUZYJNY:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\vec{v}\cdot\nabla_{\vec{r}} f - \frac{1}{\hbar}\vec{F}\cdot\nabla_{\vec{k}} f + b - a$$

$W(\vec{k},\vec{k}') = \delta(\vec{k}-\vec{k}')\Theta(k,\theta)$, gdzie θ – kąt między $\vec{k}$ i $\vec{k}'$.

$$\frac{1}{\tau(E)} = \frac{1}{2\pi^2}\int_0^\pi \Theta(k,\theta)(\cos\theta - 1)k^2\sin\theta\, d\theta$$

$$f_1(t) = f_1(0)e^{-\frac{t}{\tau(E)}}$$

$$\boxed{\vec{v}\cdot\nabla_{\vec{r}} f + \frac{1}{\hbar}\vec{F}\cdot\nabla_{\vec{k}} f + \frac{f_1}{\tau(E)} = 0}$$

Czas relaksacji:
- Zależy od energii. Nie zależy od rodzaju i wielkości zaburzenia, zależy tylko od energii nośnika (elektronu lub dziury) – jest więc dobrym parametrem charakteryzującym dany materiał
- Dla różnych mechanizmów ta zależność może być różna
- Jeśli istnieje szereg niezależnych mechanizmów rozpraszania, to:

$$\frac{1}{\tau(E)} = \sum_i \frac{1}{\tau_i(E)}$$

M. Baj

Równanie Boltzmana

W ogólności zależności $\tau(E)$ dla różnych mechanizmów rozpraszania mogą być skomplikowane (np.: B.M. Askerov, *„Electron transport phenomena in semiconductors”*, World Scientific 1994, D. K. Ferry, *„Semiconductor transport”*, Taylor & Francis 2000).

Dla **pasma parabolicznego** w wielu przypadkach czas relaksacji daje się opisać zależnością potęgową od energii:

$$\tau(E) = \tau_{0,r}(T)\left(\frac{E}{k_B T}\right)^{\left(r-\frac{1}{2}\right)}$$

$$l_{tr}(E) = v\tau \sim E^{\frac{1}{2}}E^{\left(r-\frac{1}{2}\right)} = E^r$$

Czynnik $\tau_{0,r}(T)$ zalezy od temperatury z powodu:
- wyłączenia $k_B T$ we wzorze opisującym $\tau(E)$
- dodatkowej zależności – np. poprzez liczbę fononów

Jeśli półprzewodnik jest niezdegenerowany i można stosować rozkład Boltzmanna, to $\langle E\rangle \sim k_B T$ i τ zależy od temperatury wyłącznie poprzez czynnik $\tau_{0,r}(T)$

M. Baj

Równanie Boltzmana

Scattering mechanism	Scattering parameter r	$\tau_{0r}(T)$	A_{0r}
Point defects (short-range potential)	0	$\frac{\pi\hbar^4}{m_n(2m_n k_0 T)^{1/2}U_0^2 N_g}$	$\frac{\pi}{\hbar}U_0^2 N_g$
Acoustic phonons (deformation potential)	0	$\frac{2\pi\hbar^4\rho v_0^2}{E_1^2(2m_n k_0 T)^{3/2}}$	$\frac{\pi E_1^2 k_0 T}{\hbar\rho v_0^2}$
Nonpolar optical phonons at high temperatures ($k_0 T \gg \hbar\omega_0$)*	0	$\frac{2}{\pi}\left(\frac{\hbar\omega_0}{E_0}\right)^2\frac{\hbar^2 a^2\rho}{(2m_n k_0 T)^{3/2}}$	$\pi^3\hbar\left(\frac{E_0}{\hbar\omega_0}\right)^2\frac{k_0 T}{\rho a^2}$
Polar optical phonons at high temperatures ($k_0 T \gg \hbar\omega_0$)	1	$\frac{1}{2\alpha}\left(\frac{\hbar}{\omega_0 k_0 T}\right)^{1/2}$	$\frac{2\pi^2 e^2 k_0 T}{\varkappa^*\hbar}$
Piezoacoustic phonons	1	$\frac{2\pi\hbar^2\varkappa}{e^2\Pi_0^2}\left(\frac{2}{m_n k_0 T}\right)^{1/2}$	$\frac{\pi e^2 k_0 T\Pi_0^2}{2\hbar\varkappa}$
Impurity ions	2	$\frac{\varkappa^2(2m_n)^{1/2}(k_0 T)^{3/2}}{\pi e^4 N_i F_{imp}(\varepsilon)}$	$\frac{2\pi^3 N_i F_{imp}(k)}{\hbar\varkappa^2}$

* At low temperatures ($k_0 T \ll \hbar\omega_0$) in the case of scattering by polar or nonpolar optical phonons τ does not depend on energy ($r = 1/2$), and for a parabolic band it is given by the formulae (11.63) and (11.84) respectively.

$$\tau^{-1} = A_{0r}k^{-2r}(\varepsilon)g(k(\varepsilon)),$$

B.M. Askerov, *„Electron transport phenomena in semiconductors”*

Równanie Boltzmana

Wnioski – TRANSPORT DYFUZYJNY:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\vec{v}\cdot\nabla_{\vec{r}} f - \frac{1}{\hbar}\vec{F}\cdot\nabla_{\vec{k}} f + b - a$$

$W(\vec{k},\vec{k}') = \delta(\vec{k}-\vec{k}')\Theta(k,\theta)$, gdzie θ – kąt między $\vec{k}$ i $\vec{k}'$.

$$\frac{1}{\tau(E)} = \frac{1}{2\pi^2}\int_0^\pi \Theta(k,\theta)(\cos\theta - 1)k^2\sin\theta\, d\theta$$

$$f_1(t) = f_1(0)e^{-\frac{t}{\tau(E)}}$$

$$\boxed{\vec{v}\cdot\nabla_{\vec{r}} f + \frac{1}{\hbar}\vec{F}\cdot\nabla_{\vec{k}} f + \frac{f_1}{\tau(E)} = 0}$$

Pole elektryczne:

Pole elektryczne $\vec{F} = q\vec{\mathcal{E}}$ dla ładunku $q = \pm e$

zakładamy, że układ jest jednorodny w całej swojej objętości: $\nabla_{\vec{r}} f = 0$

$$f(\vec{k}) = f_0(\vec{k}-\vec{\delta}) = f_0(\vec{k}) - \frac{\partial f_0}{\partial E}\nabla_{\vec{k}}E\cdot\vec{\delta} = f_0(E) + \vec{v}\cdot\vec{X}(E)$$

$$\nabla_{\vec{k}} f = \nabla_{\vec{k}}(f_0 + f_1) = \frac{\partial f_0}{\partial E}\nabla_{\vec{k}}E + \nabla_{\vec{k}} f_1$$

M. Baj

Równanie Boltzmana

Wnioski – TRANSPORT DYFUZYJNY:

$$\boxed{\vec{v}\cdot\nabla_{\vec{r}}f+\frac{1}{\hbar}\vec{F}\cdot\nabla_{\vec{k}}f+\frac{f_1}{\tau(E)}=0}$$

Pole elektryczne:

$$\vec{j}=\frac{e^2}{m^*}\left[\frac{1}{3\pi^2}\int_{SB}\tau(E)\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)k^3(E)\,dE\right]\cdot\vec{\mathcal{E}}$$

Wartość średnia (przypomnienie):

$$\langle A(E)\rangle=\frac{\frac{1}{3\pi^2}\int_0^\infty A(E)\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)k^3(E)\,dE}{\frac{1}{3\pi^2}\int_0^\infty\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)k^3(E)\,dE}$$

$$\langle\tilde{\tau}(E)\rangle=\frac{\langle\tau(E)\rangle}{n}=\frac{1}{3\pi^2 n}\int_0^\infty\tau(E)\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)k^3(E)\,dE$$

$$\vec{j}=\frac{e^2}{m^*}\langle\tau(E)\rangle\cdot\vec{\mathcal{E}}=\frac{e^2 n}{m^*}\langle\tilde{\tau}(E)\rangle\cdot\vec{\mathcal{E}}\equiv\sigma\cdot\vec{\mathcal{E}}$$

Równanie Boltzmana

Pole elektryczne:

$$\vec{j}=\frac{e^2}{m^*}\langle\tau(E)\rangle\cdot\vec{\mathcal{E}}=\frac{e^2 n}{m^*}\langle\tilde{\tau}(E)\rangle\cdot\vec{\mathcal{E}}\equiv\sigma\cdot\vec{\mathcal{E}}$$

Zatem przewodnictwo σ:

$$\sigma=n\frac{e^2}{m^*}\langle\tilde{\tau}(E)\rangle=ne\mu\quad\Rightarrow\quad\mu=\frac{e}{m^*}\langle\tilde{\tau}(E)\rangle$$

W przypadku metalu $\frac{\partial f_0}{\partial E}\approx-\delta(E-E_F)$ i wtedy $\mu=\frac{e}{m^*}\tau(E_F)$

- w przypadku niezdegenerowanym w niskich temperaturach można się spodziewać $\mu(T)\sim T^{3/2}$ (rozpraszanie zdominowane przez zjonizowane domieszki)
- w przypadku niezdegenerowanym w wysokich temperaturach można się spodziewać $\mu(T)\sim T^{-3/2}$ (jeśli rozpraszanie zdominowane przez fonony akustyczne, potencjał deformacyjny)

Tensor przewodnictwa

$$s=\frac{q\tau B}{m^*}\equiv\omega_c\tau,\qquad q=\pm e$$

$s\ll 1$ – słabe pola
$s\gg 1$ – silne pola
ω_c - częstość cyklotronowa

$$\hat{\sigma}=\begin{pmatrix}\sigma_{xx}&\sigma_{xy}&0\\-\sigma_{yx}&\sigma_{xx}&0\\0&0&\sigma_{zz}\end{pmatrix}=\frac{ne^2}{m^*}\begin{pmatrix}\left\langle\frac{\tau}{1+s^2}\right\rangle&\left\langle\frac{s\tau}{1+s^2}\right\rangle&0\\\left\langle\frac{-s\tau}{1+s^2}\right\rangle&\left\langle\frac{\tau}{1+s^2}\right\rangle&0\\0&0&\langle\tau\rangle\end{pmatrix}$$

$\sigma_{xy}=\frac{ne^2}{m^*}\left\langle\frac{s\tau}{1+s^2}\right\rangle$ może być dodatnie albo ujemne, σ_{zz} nie zależy od pola magnetycznego.

Dla silnych pól $s\gg 1$

$$\sigma_{xx}=\frac{ne^2}{m^*}\left\langle\frac{\tau}{1+s^2}\right\rangle\approx\frac{ne^2}{m^*}\left\langle\frac{\tau}{s^2}\right\rangle=\frac{nm^*}{B^2}\left\langle\frac{1}{\tau}\right\rangle$$

Czyli σ_{xx} maleje w polu

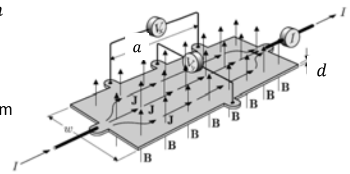
$$\sigma_{xy}=\frac{ne^2}{m^*}\left\langle\frac{s\tau}{1+s^2}\right\rangle\approx\frac{ne^2}{m^*}\left\langle\frac{\tau}{s}\right\rangle=\frac{qn}{B}$$

Czyli σ_{xy} jest liniowe w polu.

Efekt Halla

$$R_{H0}\cong\frac{1}{B}\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2}=\frac{1}{qn}\frac{\langle\tau^2\rangle}{\langle\tau\rangle^2}=\frac{r}{\pm en}$$

r - hallowski czynik rozproszeniowy



- w przypadku silnej degeneracji $\tau\ \to\ \tau\,(E_F)$ i $r\ =\ 1$
- w przypadku niezdegenerowanym, opisywalnym rozkładem Boltzmanna, $\tau(E)\sim E^{(p-1/2)}$

$$r_H=\frac{\Gamma\left(2p+\frac{3}{2}\right)\cdot\Gamma\left(\frac{5}{2}\right)}{\Gamma^2(p+2)}$$

Jeśli:

- $p=0$ (rozpraszanie na fononach, potencjał deformacyjny) ***r* ≈ *1,18***
- $p=1$ (rozpraszanie na fononach optycznych, mechanizm polarny, rozpraszanie na fononach akustycznych, mechanizm piezo) ***r* ≈ *1,10***
- $p=2$ (rozpraszanie na zjonizowanych domieszkach) ***r* ≈ *1,93***

mierząc współczynnik Halla w obszarze niskich pól B i przewodnictwo elektryczne σ bez pola magnetycznego można z dokładnością do hallowskiego czynnika rozproszeniowego wyznaczyć koncentrację i ruchliwość nośników $n=\frac{r}{e|R_H|}$ $\mu=\frac{|R_H|\sigma}{r}$

Efekt Gaussa

Magnetoopór poprzeczny – efekt Gaussa

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\rho_{xx}}{\rho_0} - 1 = \frac{\sigma(0)\sigma_{xx} - \sigma_{xx}^2 - \sigma_{xy}^2}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$$

magnetoopór w obszarze wysokich pól magnetycznych $s \gg 1$:

$$\frac{\Delta\rho_\infty}{\rho} = \frac{\sigma(0)\sigma_{xx}}{\sigma_{xy}^2} - 1 = \langle\tau\rangle\left\langle\frac{1}{\tau}\right\rangle - 1$$

magnetopór nasyca się na wartości zależnej od mechanizmu rozpraszania. Dla rozkładu Boltzmana:

- dla $p = 0$ (fonony) dostajemy $\frac{\Delta\rho_\infty}{\rho} = 0{,}38$
- dla $p = 2$ (zjonizowane domieszki) dostajemy $\frac{\Delta\rho_\infty}{\rho} = 2{,}98$

W przypadku pasma sferycznego magnetoopór podłużny nie pojawia się (na ładunek poruszający się wzdłuż linii pola B nie działa siła). W przypadku pasma niesferycznego przewodnictwo jest tensorowe nawet bez pola B i w tym przypadku magnetoopór podłużny występuje.

- efekt Halla – pierwszego rzędu w polu B
- efekt Gaussa – drugiego rzędu w polu B

M. Baj.

Tensor przewodnictwa

Wiele rodzajów nośników:

- półprzewodnik bliski samoistnemu – w transporcie biorą udział elektrony w paśmie przewodnictwa i dziury w paśmie walencyjnym
- degeneracja kilku dolin jednego pasma – nośniki obsadzające różne doliny mają różne koncentracje i ruchliwości
- heterostruktura w której występuje kilka warstw zawierających różne swobodne nośniki

Standardowym założeniem jest to, że każda i-ta „grupa" nośników czuje ten sam rozkład pola elektrycznego oraz że nośniki w swoim ruchu sobie nawzajem „nie przeszkadzają". W takim przypadku, całkowita gęstość prądu jest sumą gęstości prądu od poszczególnych grup nośników i: tzn. tensor przewodnictwa jest addytywny:

$$\hat{\sigma}^{tot} = \sum_i \hat{\sigma}_i$$

M. Baj.

Tensor przewodnictwa

Wiele rodzajów nośników, przykłady:

W małych polach $s_e, s_h \ll 1$:

$$R_{H0} = \frac{j_x}{E_x B} = \frac{1}{|e|}\frac{r_h p\mu_h^2 - r_e n\mu_c^2}{(n\mu_c + p\mu_h)^2} \xrightarrow{r_h = r_e = r} \frac{r}{e}\frac{p - nb^2}{(p + nb)^2}$$

W dużych polach $s_e, s_h \gg 1$:

$$R_{H\infty} = \frac{1}{e(p-n)}$$

- W małych polach magnetycznych dominujący wkład do współczynnika Halla mogą mieć nośniki bardziej ruchliwe, nawet jeśli ich koncentracja jest istotnie mniejsza.
- W wysokich polach magnetycznych o znaku współczynnika Halla decydują nośniki o większej koncentracji.
- Z powyższego wynika, że znak współczynnika Halla może w funkcji pola B się zmienić

M. Baj.

Tensor przewodnictwa

Widmo ruchliwości:

Sumaryczny wkład od wszystkich kanałów przewodnictwa (grup nośników):

$$\sigma_{xx}^{tot}(B) = \sum_i \frac{\sigma_{0i}}{1 + (\mu_i B)^2} = \int_\mu \left(\frac{d\sigma_0(\mu)}{d\mu}\right)\frac{1}{1 + (\mu B)^2} d\mu$$

$$\sigma_{xy}^{tot}(B) = \sum_i \frac{\sigma_{0i}}{1 + (\mu_i B)^2} \cdot (\mu_i B) = \int_\mu \left(\frac{d\sigma_0(\mu)}{d\mu}\right)\frac{\mu B}{1 + (\mu B)^2} d\mu$$

Rozwiązanie problemu polega na takim dobraniu wkładów poszczególnych kanałów przewodnictwa , aby zgodność pomiędzy wyliczonymi zależnościami i i doświadczeniem była jak najlepsza.

można albo próbować dopasować sumę wkładów od kilku kanałów $\mu_i - \sigma_{0i}$ przewodnictwa, albo stosować kwaziciągły rozkład $\frac{d\sigma_0(\mu)}{d\mu}$. Wyniku dostajemy tzw. **widmo ruchliwości**.

Tu 2013.05.20

M. Baj.

Równanie Boltzmana

Wnioski – TRANSPORT DYFUZYJNY:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\vec{v}\cdot\nabla_{\vec{r}} f - \frac{1}{\hbar}\vec{F}\cdot\nabla_{\vec{k}} f + b - a$$

$W(\vec{k},\vec{k}') = \delta(\vec{k}-\vec{k}')\Theta(k,\theta)$, gdzie θ – kąt między $\vec{k}$ i $\vec{k}'$.

$$\frac{1}{\tau(E)} = \frac{1}{2\pi^2}\int_0^{\pi}\Theta(k,\theta)(\cos\theta - 1)k^2\sin\theta\, d\theta$$

$$f_1(t) = f_1(0)e^{-\frac{t}{\tau(E)}}$$

$$\boxed{\vec{v}\cdot\nabla_{\vec{r}} f + \frac{1}{\hbar}\vec{F}\cdot\nabla_{\vec{k}} f + \frac{f_1}{\tau(E)} = 0}$$

Pole elektryczne:

Pole elektryczne $\vec{F} = q\vec{\mathcal{E}}$ dla ładunku $q = \pm e$

zakładamy, że układ jest jednorodny w całej swojej objętości: $\nabla_{\vec{r}} f = 0$

$$f(\vec{k}) = f_0(\vec{k}-\vec{\delta}) = f_0(\vec{k}) - \frac{\partial f_0}{\partial E}\nabla_{\vec{k}}E\cdot\vec{\delta} = f_0(E) + \vec{v}\cdot\vec{X}(E)$$

$$\nabla_{\vec{k}} f = \nabla_{\vec{k}}(f_0 + f_1) = \frac{\partial f_0}{\partial E}\nabla_{\vec{k}}E + \nabla_{\vec{k}} f_1$$

M. Baj

Równanie Boltzmana

Wnioski – TRANSPORT DYFUZYJNY:

$$\boxed{\vec{v}\cdot\nabla_{\vec{r}} f + \frac{1}{\hbar}\vec{F}\cdot\nabla_{\vec{k}} f + \frac{f_1}{\tau(E)} = 0}$$

Pole elektryczne:

$$\vec{j} = \frac{e^2}{m^*}\left[\frac{1}{3\pi^2}\int_{SB}\tau(E)\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)k^3(E)\, dE\right]\cdot\vec{\mathcal{E}}$$

Wartość średnia (przypomnienie):

$$\langle A(E)\rangle = \frac{\frac{1}{3\pi^2}\int_0^\infty A(E)\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)k^3(E)\, dE}{\frac{1}{3\pi^2}\int_0^\infty\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)k^3(E)\, dE}$$

$$\langle\tilde{\tau}(E)\rangle = \frac{\langle\tau(E)\rangle}{n} = \frac{1}{3\pi^2 n}\int_0^\infty\tau(E)\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)k^3(E)\, dE$$

$$\vec{j} = \frac{e^2}{m^*}\langle\tau(E)\rangle\cdot\vec{\mathcal{E}} = \frac{e^2 n}{m^*}\langle\tilde{\tau}(E)\rangle\cdot\vec{\mathcal{E}} \equiv \sigma\cdot\vec{\mathcal{E}}$$

Zjawiska termoelektryczne

Siła termoelektryczna

gradient temperatury i pole elektryczne, bez pola magnetycznego

funkcja rozkładu ***musi*** zależeć od położenia (gradient temperatury!) , od położenia będzie zależeć potencjał chemiczny

Równanie Boltzmanna

$$\boxed{\vec{v}\cdot\nabla_{\vec{r}} f + \frac{1}{\hbar}\vec{F}\cdot\nabla_{\vec{k}} f + \frac{f_1}{\tau(E)} = 0}$$

$\vec{F} = q\cdot\vec{\mathcal{E}}$

Pomijamy f_1 w członie $\vec{v}\cdot\nabla_{\vec{r}} f = \vec{v}\cdot\nabla_{\vec{r}}(f_0 + f_1) \approx \vec{v}\cdot\nabla_{\vec{r}} f_0$, podobnie $\nabla_{\vec{k}} f \approx \nabla_{\vec{k}} f_0$

$$\vec{v}\cdot\nabla_{\vec{r}} f_0 + \frac{1}{\hbar}q\vec{\mathcal{E}}\cdot\nabla_{\vec{k}} f_0 + \frac{f_1}{\tau(E)} = 0$$

człon dyfuzyjny – zawiera gradient f_0 po współrzędnych przestrzennych

$$\nabla_{\vec{r}} f_0 = \frac{\partial f_0}{\partial T}\nabla_{\vec{r}} T$$

f_0 zależy od temperatury poprzez zależność explicite od T oraz poprzez zależność poziomu Fermiego ξ od T:

$$f_0 = \frac{1}{1 + e^{\frac{E-\xi(T)}{k_b T}}}$$

Zjawiska termoelektryczne

Siła termoelektryczna

$$\boxed{\vec{v}\cdot\nabla_{\vec{r}}f_0+\frac{1}{\hbar}q\vec{\mathcal{E}}\cdot\ \nabla_{\vec{k}}f_0+\frac{f_1}{\tau(E)}=0}$$

człon dyfuzyjny – zawiera gradient f_0 po współrzędnych przestrzennych

$$\nabla_{\vec{r}}f_0=\frac{\partial f_0}{\partial T}\nabla_{\vec{r}}T$$

Wprowadzamy zmienną $\zeta=\frac{E-\xi(T)}{k_bT}$, wtedy

$$\frac{\partial f_0}{\partial T}=\frac{\partial f_0}{\partial \zeta}\left(-\frac{E-\xi(T)}{k_bT^2}-\frac{1}{k_bT}\frac{d\xi}{dT}\right)=\frac{\partial f_0}{\partial E}\left(-\frac{E-\xi(T)}{T}-\frac{d\xi}{dT}\right)$$

Człon polowy

$$\frac{1}{\hbar}q\vec{\mathcal{E}}\cdot\ \nabla_{\vec{k}}f_0=\frac{1}{\hbar}\left(\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)\nabla_{\vec{k}}E\cdot q\vec{\mathcal{E}}=q\left(\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)\vec{v}\cdot\vec{\mathcal{E}}$$

stąd otrzymujemy rozwiązanie na funkcję f_1:

$$f_1=\tau\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)\vec{v}\cdot\left[q\vec{\mathcal{E}}-\frac{E-\xi(T)}{T}\nabla_{\vec{r}}T-\frac{d\xi}{dT}\nabla_{\vec{r}}T\right]$$

$$\vec{j}=\int_{SB}q\vec{v}\cdot f_1\cdot\rho(\vec{k})d^3k=\vec{j}_1+\vec{j}_2+\vec{j}_3$$

Zjawiska termoelektryczne

Siła termoelektryczna

$$f_1=\tau\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)\vec{v}\cdot\left[q\vec{\mathcal{E}}-\frac{E-\xi(T)}{T}\nabla_{\vec{r}}T-\frac{d\xi}{dT}\nabla_{\vec{r}}T\right]$$

$$\vec{j}=\int_{SB}q\vec{v}\cdot f_1\cdot\rho(\vec{k})d^3k=\vec{j}_1+\vec{j}_2+\vec{j}_3$$

$\vec{j}_1$ już policzylismy:

$$\vec{j}_1=\frac{e^2n\langle\tau\rangle}{m^*}\vec{\mathcal{E}}$$

Dokładnie tak samo możemy postąpić z $\vec{j}_2$ (tym razem wprowadzając układ współrzędnych sferycznych z osią biegunową skierowaną wzdłuż wektora gradientu temperatury):

$$\vec{j}_2=-\frac{qnk_B}{m^*}\left[\langle\varepsilon\tau\rangle-\eta\langle\tau\rangle\right]\cdot\nabla_{\vec{r}}T$$

$\varepsilon=E/k_BT,\ \ \eta=\xi/k_BT$

W członie z $\vec{j}_3$ wykorzystujemy $\frac{d\xi}{dT}\nabla_{\vec{r}}T=\nabla_{\vec{r}}\xi$

$$\vec{j}_3=-\frac{qn\langle\tau\rangle}{m^*}\nabla_{\vec{r}}\xi$$

Zjawiska termoelektryczne

Siła termoelektryczna

$$f_1=\tau\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)\vec{v}\cdot\left[q\vec{\mathcal{E}}-\frac{E-\xi(T)}{T}\nabla_{\vec{r}}T-\frac{d\xi}{dT}\nabla_{\vec{r}}T\right]$$

$$\vec{j}=\int_{SB}q\vec{v}\cdot f_1\cdot\rho(\vec{k})d^3k=\vec{j}_1+\vec{j}_2+\vec{j}_3$$

$$\vec{j}=\frac{e^2n\langle\tau\rangle}{m^*}\left[\vec{\mathcal{E}}-\frac{k_B}{q}\left[\frac{\langle\varepsilon\tau\rangle}{\langle\tau\rangle}-\eta\right]\cdot\nabla_{\vec{r}}T-\frac{1}{q}\nabla_{\vec{r}}\xi\right]$$

jeśli mierzymy pojawiającą się na końcach próbki różnicę potencjałów przy braku przepływu prądu, to $j=0$:

$$\vec{\mathcal{E}}-\frac{k_B}{q}\left[\frac{\langle\varepsilon\tau\rangle}{\langle\tau\rangle}-\eta\right]\cdot\nabla_{\vec{r}}T-\frac{1}{q}\nabla_{\vec{r}}\xi=0$$

zjawisko występowania pola elektrycznego w materiale, wskutek występowania gradientu temperatury nazywa się zjawiskiem Seebecka (siłą termoelektryczną).

Natężenie pola elektrycznego w powyższym wzorze nie jest wielkością, którą się bezpośrednio mierzy poprzez dołączenie 2 kontaktów umieszczonych na próbce wzdłuż gradientu temperatury i zmierzenie napięcia elektrycznego między nimi!

Zjawiska termoelektryczne

Siła termoelektryczna

$$\vec{\mathcal{E}}-\frac{k_B}{q}\left[\frac{\langle\varepsilon\tau\rangle}{\langle\tau\rangle}-\eta\right]\cdot\nabla_{\vec{r}}T-\frac{1}{q}\nabla_{\vec{r}}\xi=0$$

zjawisko występowania pola elektrycznego w materiale, wskutek występowania gradientu temperatury nazywa się zjawiskiem Seebecka (siłą termoelektryczną).

Natężenie pola elektrycznego w powyższym wzorze nie jest wielkością, którą się bezpośrednio mierzy poprzez dołączenie 2 kontaktów umieszczonych na próbce wzdłuż gradientu temperatury i zmierzenie napięcia elektrycznego między nimi. W materiale, z którego zrobione są kontakty także występuje zjawisko Seebecka i co najwyżej możemy zmierzyć efekt różnicowy (między dwoma materiałami), a nie efekt charakteryzujący dany materiał. Musielibyśmy użyć elektrod, w których efekt Seebecka nie występuje (nadprzewodzących).

Siła termoelektryczna (współczynnik Seebecka):

$$\alpha(T)=-\frac{k_B}{q}\left[\frac{\langle\varepsilon\tau\rangle}{\langle\tau\rangle}-\eta\right]$$

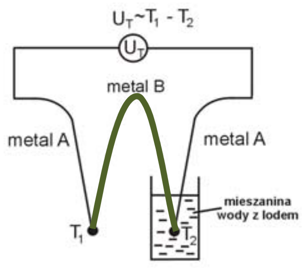
M. Baj.

Zjawiska termoelektryczne

Siła termoelektryczna

$$\alpha(T) = -\frac{k_B}{q}\left[\frac{\langle\varepsilon\tau\rangle}{\langle\tau\rangle} - \eta\right]$$

Siła termoelektryczna (współczynnik Seebecka):



$$\frac{dV_{12}}{dT} = \alpha_{ab} = \alpha_a - \alpha_b$$

$$V_{12} = \int_{T_1}^{T_2} \alpha_{ab}(T)dT$$

podczas pomiarów należy jeden materiał uznać za wzorcowy, i badać siłę termoelektryczną względem takiego wzorca (idealnie – względem nadprzewodnika)

znak siły termoelektrycznej zależy od rodzaju nośników: dla elektronów $q < 0$ i $\alpha > 0$ (znak zimnego końca – ujemny) ⇒ metoda gorącej sondy

$$\frac{k_B}{e} = 85\frac{\mu V}{K}$$

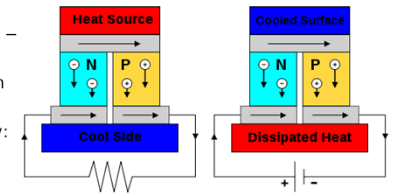
siły termoelektryczne niezdegenerowanych półprzewodników są rzędu kilkuset μV/K

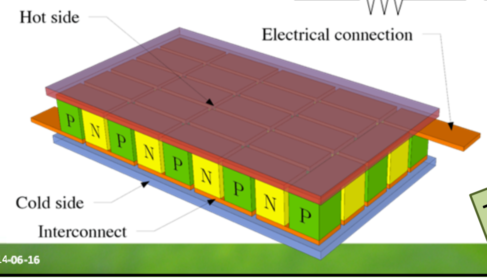
Zjawiska termoelektryczne

Efekt Peltier

efekt odwrotny do efektu Seebecka – powstawanie różnicy temperatury pomiędzy złączami *a–b* i *b–a* dwóch różnych materiałów przez które przepuszczany jest prąd elektryczny:

efekt Seebecka **efekt Peltier**





http://en.w...a.org/wiki/Thermoelectric_cooling

Tu 2014.05.28

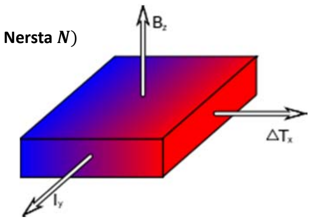
Zjawiska termomagnetyczne

Przykład: poprzeczne i podłużne zjawisko Nernsta-Ettingshausena (pole magnetyczne + gradient temperatury)

Istnieje szereg zjawisk termomagnetycznych (gradient temperatury, pole elektryczne, pole magnetyczne ⇒ możliwe przepływy prądu i ciepła); szczegóły – patrz np.: B.M. Askerov, „Electron transport phenomena in semiconductors”, World Scientific 1994

$$E_y = NB_z\frac{dT}{dx}$$ **Poprzeczne (współczynnik Nersta N)**

$$\frac{dT}{dy} = PI_xB_z$$ **Podłużne (współczynnik Ettingshausena P)**



podłużny (zmiana siły termoelektrycznej w polu B) i poprzeczny efekt Nernsta-Ettinghausena

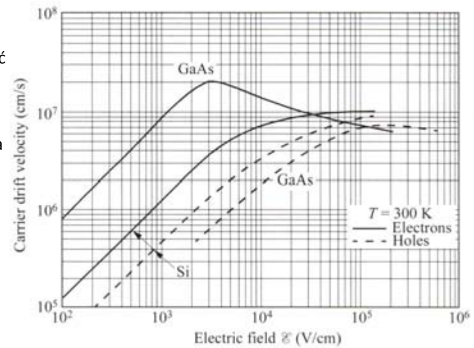
Zjawiska transportu w silnych polach $\vec{\mathcal{E}}$

Zjawiska transportu w silnych polach elektrycznych

Do tej pory rozważaliśmy zjawiska transportu przy założeniu liniowej odpowiedzi – np. średnia prędkość unoszenia nośników w polu elektrycznym była proporcjonalna do natężenia pola elektrycznego:

dla silnych pól elektrycznych (10^3– 10^4 V/cm) przestaje to być prawdziwe.

W silnych polach elektrycznych prędkość unoszenia się nasyca, a dla elektronów w GaAs nawet maleje!



S.M. Sze, Kwok K. Ng, *„Physics of Semiconductor Devices”*, Wiley-Interscience 2007

Zjawiska transportu w silnych polach $\vec{\mathcal{E}}$

Zjawiska transportu w silnych polach elektrycznych
w silnych polach elektrycznych elektrony uzyskują energie, których nie są w stanie efektywnie oddać sieci, co prowadzi do wzrostu ich efektywnej temperatury w stosunku do temperatury sieci – są to tzw. ***gorące nośniki***

Nasycanie się prędkości unoszenia oznacza, że w silnych polach elektrycznych następuje nasycenie średniej wartości energii nośników $\langle E \rangle$ – a więc elektrony zyskują od pola elektrycznego $\vec{\mathcal{E}}$ tyle energii ile tracą na skutek rozpraszania nieelastycznego (emisja fononów optycznych):

$$\frac{d\langle E \rangle}{dt} = e\vec{\mathcal{E}}\vec{v}_d - \frac{\hbar\omega_0}{\tau_E}$$

gdzie $\hbar\omega_0$ jest energią fononu optycznego, a τ_E – czasem relaksacji energii

podobne równanie można napisać dla relaksacji pędu:

$$\frac{d(m^*\vec{v}_d)}{dt} = e\vec{\mathcal{E}} - \frac{m^*\vec{v}_d}{\tau_p}$$

gdzie τ_p jest czasem relaksacji pędowej

Przeważnie $\tau_p < \tau_E$ (w relaksacji pędu biorą udział rozpraszania elastyczne i nieelastyczne, a w relaksacji energii tylko nieelastyczne), ale w wysokich polach elektrycznych dominuje rozpraszanie na fononach optycznych i $\tau_p \approx \tau_E$

M. Baj.

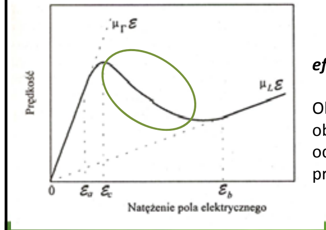
Zjawiska transportu w silnych polach $\vec{\mathcal{E}}$

Prowadzi to do wyniku, że dla stanu stacjonarnego prędkość unoszenia odpowiadająca nasyceniu wynosi:

$$v_s = \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{m^*}}$$

co dla $\hbar\omega_0$ =40 meV i $m^* = 0{,}1\, m_0$ daje v_s = 2·10^7 cm/s (bardzo sensowne oszacowanie!)

w GaAs w bardzo wysokich polach elektrycznych ***prędkość unoszenia elektronów maleje*** ⇒ elektrony rozpędzone silnym polem elektrycznym zyskują na tyle dużą energię, że mogą być rozproszone do minimum L pasma przewodnictwa (leżącego około 0,3 eV powyżej minimum Γ), gdzie masa efektywna jest dużo większa (a więc ruchliwość odpowiednio mniejsza):



efekt Gunna, dioda Gunna

Obszar ujemnej oporności różniczkowej – w tym obszarze prąd oscyluje z częstościami rzędu odwrotności czasu przelotu elektronów przez długość próbki – są to częstości rzędu 10 GHz

M. Baj.

Układy niskowymiarowe

Układy niskowymiarowe:
Układy niskowymiarowe – uwięzienie kwantowe w r wymiarach (1, 2 lub 3) prowadzi do tego, że elektrony (dziury) mają swobodę ruchu tylko w pozostałych $d = 3 - r$ wymiarach ⇒ układy 2D, 1D, 0D

W przypadkach 2D i 1D transport równoległy (lateralny) w płaszczyźnie gazu 2D lub wzdłuż drutu kwantowego (w odróżnieniu np. do transportu poprzecznego, wertykalnego, w poprzek warstw heterostruktury), w przypadku kiedy $L \gg l_e$ (gdzie l_e – średnia droga swobodna) może być rozpatrywany w taki sam sposób jak transport dyfuzyjny w 3D – równanie Boltzmanna, przybliżenie czasu relaksacii, etc.

Różnice w stosunku do przypadku 3D:
1. wynikające z różnej, w zależności od wymiaru d, gęstości stanów
2. różnych, w szczególności także takich, które nie występowały w układach 3D mechanizmów rozpraszania nośników

M. Baj.

Układy niskowymiarowe

Układy niskowymiarowe:
w układach o różnej wymiarowości przy liczeniu prawdopodobieństwa rozpraszania (co doprowadziło nas w przypadku 3D do wyrażenia na czas relaksacji) trzeba teraz:
wziąć gęstość stanów właściwą dla wymiarowości problemu
policzyć prawdopodobieństwo rozpraszania z właściwymi funkcjami falowymi
całkowania dokonać w przestrzeni ***d*-wymiarowej**

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{zd} = -\rho(k)\frac{\hbar}{m^*(k)}\int_{SB}\delta(k-k')\Theta(k,\theta)\vec{X}(E)\cdot(k-k')\,d^3k'$$

(W.13, slajd ok. 35)

przy takim samym potencjale rozpraszającym w układach o różnej wymiarowości czasy relaksacji będą w inny sposób zależały od energii.

M. Baj.

Układy niskowymiarowe

Układy niskowymiarowe:
przy takim samym potencjale rozpraszającym w układach o różnej wymiarowości czasy relaksacji będą w inny sposób zależały od energii.
Przy liczeniu wartości średnich funkcji $A(E)$ zależnych od energii, ze względu na wymiar przestrzeni $d = 1,2,3$ w której całkujemy będziemy mieli:

$$\langle\tilde{A}(E)\rangle_d = \frac{\frac{1}{3\pi^2}\int_0^\infty A(E)\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)k^d(E)\,dE}{\frac{1}{3\pi^2}\int_0^\infty\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)k^d(E)\,dE}$$

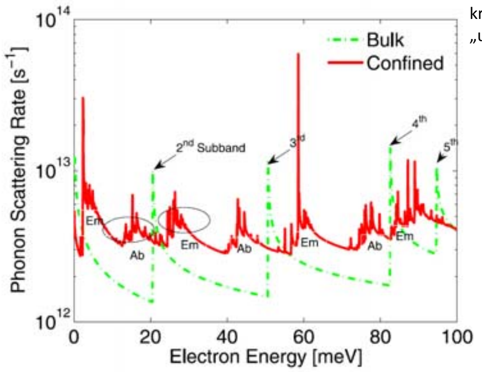
Przy obniżeniu wymiarowości układu pojawiają się nieciągłości gęstości stanów, rośnie gęstość stanów na krawędzi podpasma ⇒ w 1D prawdopodobieństwo rozproszenia może mieć osobliwość.
Przy obniżaniu wymiarowości układu dramatycznie zmniejsza się liczba początkowych i końcowych stanów elektronowych w rozpraszaniu – w 1D w obrębie danego podpasma rozpraszanie elastyczne może prowadzić tylko do stanów z $k' = \pm k$ (do przodu albo do tyłu)
Różnice w ekranowaniu – potencjały są 3D, ekranowanie zaś odbywa się w obszarach d-wymiarowych

M. Baj.

Układy niskowymiarowe

Układy niskowymiarowe:

Drut kwantowy Si 8nm × 8 nm, fonony akustyczne kryształu objętościowego i „uwięzione”



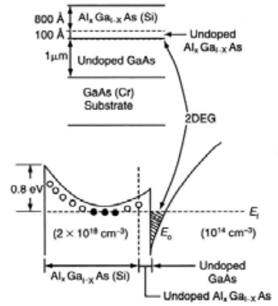
E.B. Ramayya et al., *„Journal of Computational Electronics”* **7**, 319 (2008)

M. Baj.

Układy niskowymiarowe

Układy niskowymiarowe:

Mechanizmy rozpraszania nośników – cechy charakterystyczne dla układów niskowymiarowych



- rozpraszanie na zjonizowanych domieszkach efekty związane z ekranowaniem i obrazami naładowanych centrów rozpraszających (metoda obrazów)
- niejednorodne rozmieszczenie potencjałów rozpraszających – różne możliwości rozmieszczenia domieszek nieintencjonalnych (tło domieszkowania typu bulk, interfejsy, stany powierzchniowe)
- remote impurities (domieszkowanie modulacyjne)

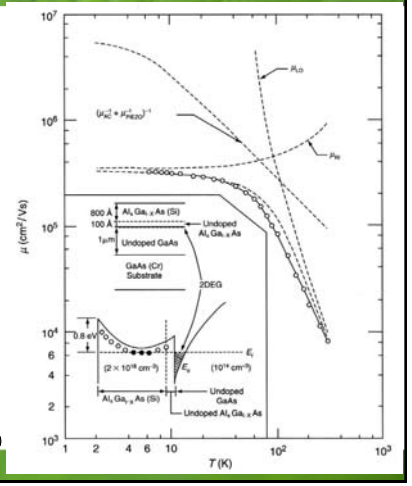
M. Baj.

Układy niskowymiarowe

Układy niskowymiarowe:

Mechanizmy rozpraszania nośników – cechy charakterystyczne dla układów niskowymiarowych

rozproszenia są tylko niskokątowe, ruchliwość wysoka



B.J.F. Lin et al., *„Applied Physics Letters”* **45**, 695 (1984)

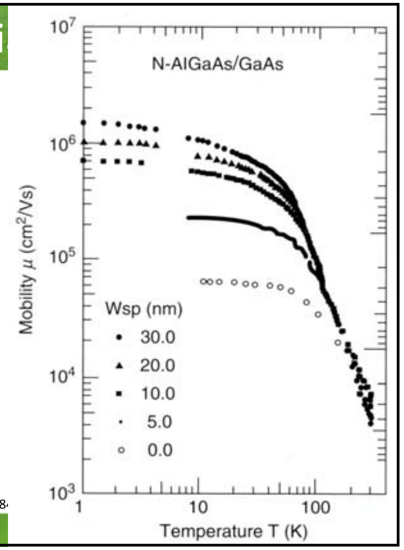
Układy niskowymi

Układy niskowymiarowe:

Mechanizmy rozpraszania nośników – cechy charakterystyczne dla układów niskowymiarowych

heterozłącze AlGaAs/GaAs, różne grubości niedomieszkowanej warstwy rozdzielajacej („spacer”)

występuje maksimum ruchliwości w funkcji grubości przekładki (im grubsza przekładka, tym mniejsza koncentracja i słabsze ekranowanie)



P.M. Solomon et al., *„Electron Device Letters”* **5**, 379 (198

Układy niskowymiarowe

Układy niskowymiarowe:

rozpraszanie na fononach – widmo fononowe zmodyfikowane w stosunku do układów 3D: możliwe mody ograniczone do obszarów cienkich warstw/drutów
możliwe fonony akustyczne z $\omega > 0$ dla $q = 0$
możliwe mody optyczne zlokalizowane na interfejsie/powierzchni

Szorstkość interfejsu/powierzchni (interface/surface roughness) – asymetria obu interfejsów: AlGaAs hodowany na GaAs daje znacznie lepszy interface niż GaAs hodowany na AlGaAs ⇒ najwyższe ruchliwości uzyskuje się w heterozłączach, a nie w studniach kwantowych

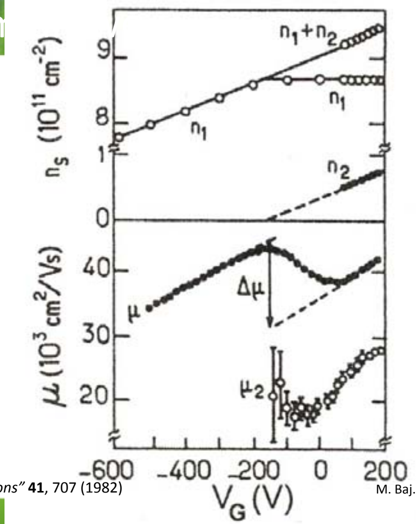
M. Baj.

Układy niskowym

Układy niskowymiarowe:

Rozpraszanie międzypodpasmowe – jeśli na poziomie Fermiego leżą stany więcej niż jednego podpasma, to możliwe są procesy rozproszenia pomiędzy stanami różnych podpasm; wraz z rozpoczęciem obsadzania kolejnego podpasma pojawia się skokowa zmiana prawdopodobieństwa rozpraszania

Przykład:
rozpraszanie międzypodpasmowe AlGaAs/GaAs

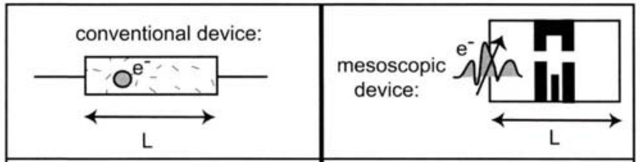


H.L. Störmer et al., *„Solid State Communications”* **41**, 707 (1982)

M. Baj.

Transport

Układy makro- i mezoskopowe, reżimy trasportu:

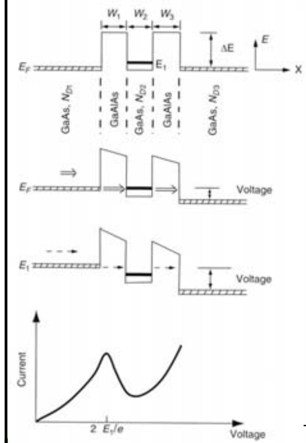


$L >> l_e$	diffusive	$L \leq l_e$	ballistic
$L >> l_\phi$	incoherent	$L \leq l_\phi$	phase coherent
$L >> \lambda_F$	no size quantization	$L \leq \lambda_F$	size quantization
$e^2/C < k_B\Theta$	no single electron charging	$e^2/C \geq k_B\Theta$	single electron charging effects

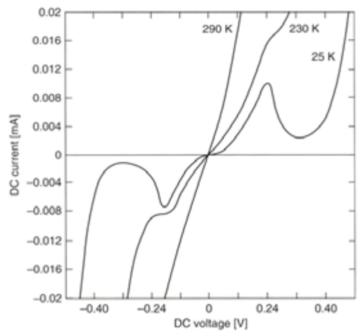
T. Heinzel, „Mesoscopic Electronics in Solid State Nanostuctures", VILEY-VCH, 2007

M. Baj.

Transport balistyczny

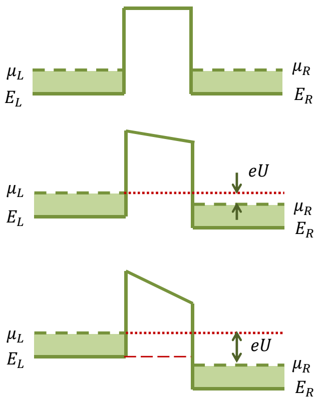


Rezonansowa dioda tunelowa z dwiema barierami (double-barrier RTD)



T.C.L.G. Sollner et al., *„Applied Physics Letters"* **43**, 588 (1983)

Kwant przewodnictwa



$$I = I_L + I_R$$

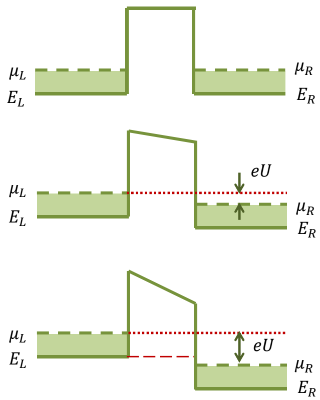
$$I_L = \frac{2e}{h}\int_{E_L}^{\infty} f(E,\mu_L)T(E)dE$$

$$I_R = -\frac{2e}{h}\int_{E_R}^{\infty} f(E,\mu_R)T(E)dE$$

$$I = \frac{2e}{h}\int_{E_L}^{\infty} [f(E,\mu_L) - f(E,\mu_R)]T(E)dE$$

$$I = \frac{2e}{h}\int_{E_L}^{\infty} f(E,\mu_L)T(E)dE$$

Kwant przewodnictwa

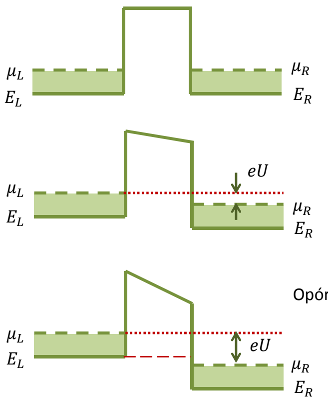


Dla temperatury $T \to 0$:

$$I = \frac{2e}{h}\int_{\mu_R}^{\mu_L} [f(E,\mu_L) - f(E,\mu_R)]T(E)dE$$

$$I = \frac{2e}{h}\int_{E_L}^{\mu_L} f(E,\mu_L)T(E)dE$$

Kwant przewodnictwa



Dla metali $\mu_L = \mu + \frac{1}{2}eU$ i $\mu_R = \mu - \frac{1}{2}eU$:

$$f(E,\mu_L) - f(E,\mu_R) \approx$$
$$\approx eU\frac{\partial f(E,\mu)}{\partial \mu} = -eU\frac{\partial f(E,\mu)}{\partial E}$$

$$I = \frac{2e^2U}{h}\int_{E_L}^{\infty}\frac{\partial f(E,\mu)}{\partial E}T(E)dE \approx$$

$$G = \frac{dI}{dU} = \frac{2e^2}{h}\int_{E_L}^{\infty}\frac{\partial f(E,\mu)}{\partial E}T(E)dE \approx \frac{2e^2}{h}T(\mu)$$

Opór jest skończony nawet dla idealnego przewodnika!

$\frac{e^2}{h} = 38{,}7\ \mu S$ $\frac{h}{e^2} = 25{,}8\ k\Omega$

Kwant przewodnictwa (w simensach)

2014-06-16 45

Kwant przewodnictwa

$$G = \frac{dI}{dU} = \frac{2e^2}{h}\int_{E_L}^{\infty}\frac{\partial f(E,\mu)}{\partial E}T(E)dE \approx \frac{2e^2}{h}T(\mu) = 2G_0T(\mu)$$

$\frac{e^2}{h} = 38{,}7\ \mu S$

Wzór Landauera (*Landauer formula*) – gdy mamy do czynienia z wieloma kanałami przewodnictwa

$$G = G_0\sum_n T_n(\mu) \approx NG_0$$

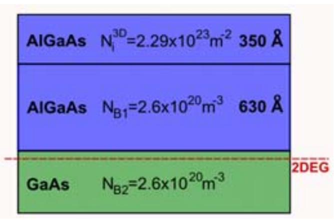
N to suma różnych „pełnych” kanałów przewodnictwa np. dwa różne spiny dają $N = 2$

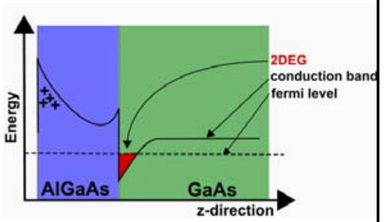
Dla $T = const$ dostajemy prawo Ohma.

2014-06-16 46

Studnia trójkątna

Metoda przybliżona WKB (Wentzel – Krammers – Brillouin) – dla potencjału *wolnozmiennego*





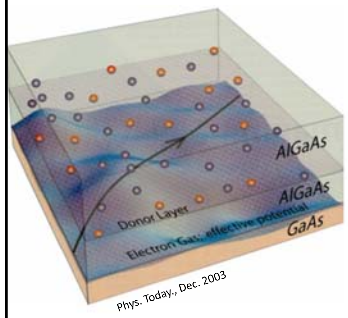
http://www.phys.unsw.edu.au/QED/research/2D_scattering.htm

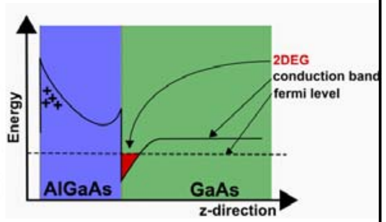
$$E_n = \left[\frac{3}{2}\pi\left(n - \frac{1}{4}\right)\right]^{2/3}\left[\frac{(eF\hbar)^2}{2m}\right]^{1/3}$$

2014-06-16 47

Studnia trójkątna

Metoda przybliżona WKB (Wentzel – Krammers – Brillouin) – dla potencjału *wolnozmiennego*





http://www.phys.unsw.edu.au/QED/research/2D_scattering.htm

$$E_n = \left[\frac{3}{2}\pi\left(n - \frac{1}{4}\right)\right]^{2/3}\left[\frac{(eF\hbar)^2}{2m}\right]^{1/3}$$

2014-06-16 48

Kwant przewodnictwa

$$G=\frac{dI}{dU}=\frac{2e^2}{h}\int_{E_L}^{\infty}\frac{\partial f(E,\mu)}{\partial E}T(E)dE\approx\frac{2e^2}{h}T(\mu)=G_0T(\mu)$$

$$\frac{e^2}{h}=38{,}7\ \mu S$$

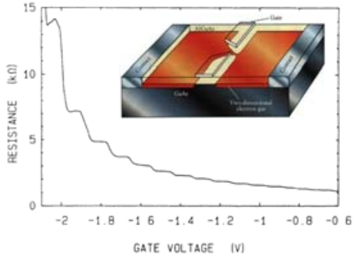


FIG. 1. Point-contact resistance as a function of gate voltage at 0.6 K. Inset: Point-contact layout.

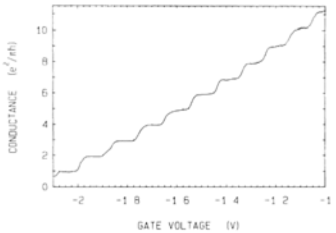


FIG. 2. Point-contact conductance as a function of gate voltage, obtained from the data of Fig. 1 after subtraction of the lead resistance. The conductance shows plateaus at multiples of $e^2/\pi\hbar$.

B. J. van Wees et al. *Quantized conductance of point contacts in a two-dimensional electron gas* Phys. Rev. Lett. **60**, 848–850 (1988)

Kwant przewodnictwa

$$G=\frac{2e^2}{h}T(\mu)=G_0T(\mu)$$

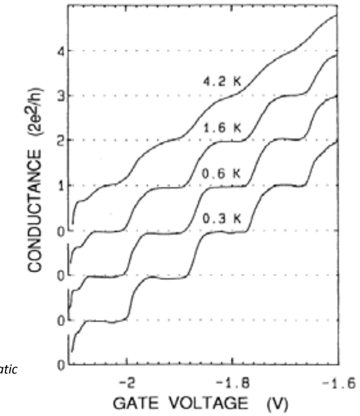
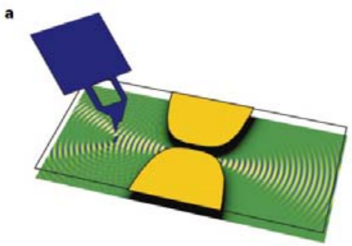


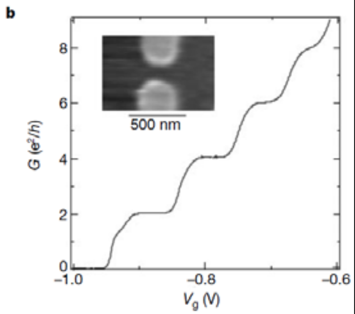
FIG. 6. Breakdown of the conductance quantization due to temperature averaging. The curves have been offset for clarity.

B. J. van Wees et al. *Quantum ballistic and adiabatic electron transport studied with quantum point contacts* Phys. Rev. B 43, 12431–12453 (1991)

Kwant przewodnictwa

$$G=\frac{2e^2}{h}T(\mu)=G_0T(\mu)$$





M. A. Topinka et al. *Coherent branched flow in a two-dimensional electron gas* Nature 410, 183 (2001)

Kwant przewodnictwa

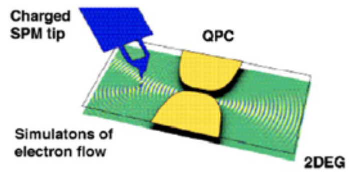


Fig. 1. Schematic diagram showing a negatively charged SPM tip positioned above a quantum point contact (QPC) formed in a two-dimensional electron gas (2DEG) by electrostatic gates. Simulations of electron flow in the diagram show how electron waves are scattered by the depleted disc beneath the tip Topinka et al. [16].

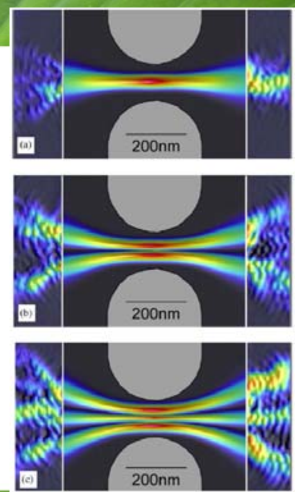
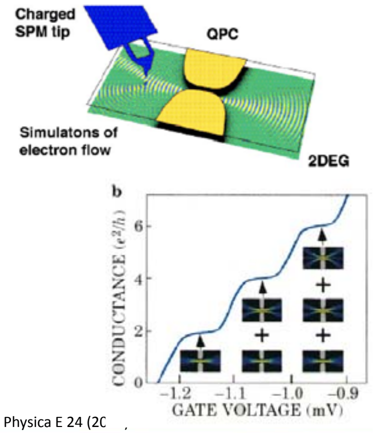
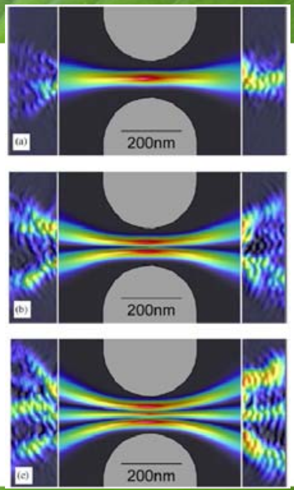


Fig. 2. Experimental images (outside) and theoretical simulations (inside) of the flow of electron waves through a quantum point contact for the first three modes (a)–(c). Fringes spaced by half the Fermi wavelength demonstrate coherence in the flow Topinka et al. [6].

R.M. Westervelt, M. A. Topinka et al. Physica E 24 (2004) 63–69

Kwant przewodnictwa

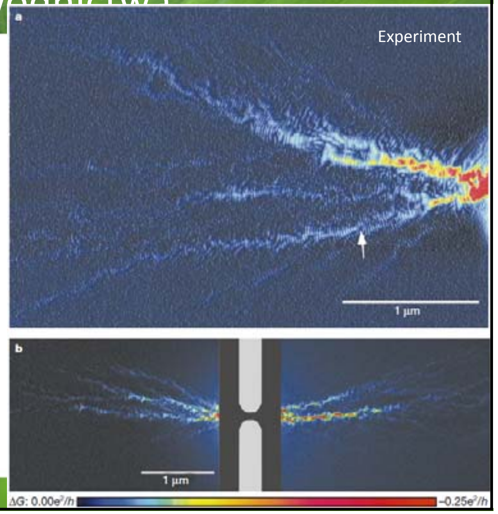




Physica E 24 (2C

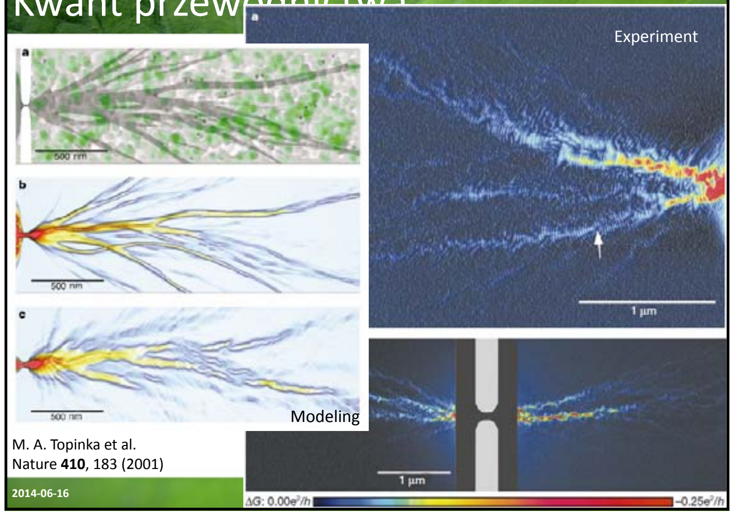
Kwant przewodnictwa

$$G = \frac{2e^2}{h} T(\mu) = G_0 T(\mu)$$



M. A. Topinka et al.
Nature 410, 183 (2001)

Kwant przewodnictwa



M. A. Topinka et al.
Nature **410**, 183 (2001)

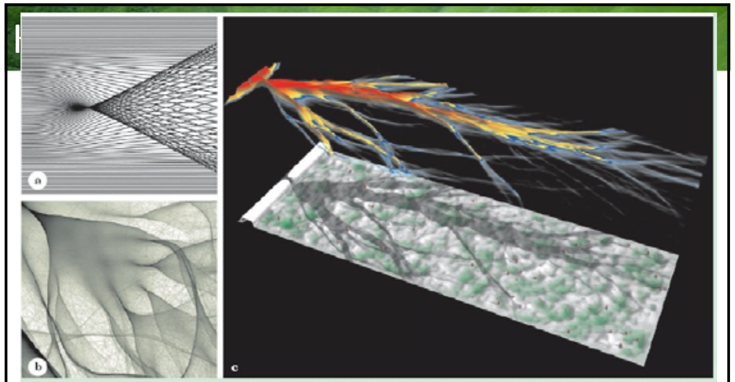


Figure 6. Simulations of electron flow. (a) Parallel electron trajectories, going from left to right, form a V-shaped cusp due to focusing by a potential-energy dip caused by a charged donor atom (not seen) above a two-dimensional electron gas. **(b)** A realistic 2DEG simulation that includes many ionized donors forms several generations of cusps. The electrons travel here from upper left to lower right. **(c)** Ray-tracing simulations of electron flux emerging from a small opening into a region of random potential reflect the features seen in experimental images of 2DEG quantum point contact samples. The potential is shown green in the valleys and white on the peaks. The electron flux is coded by height and color, with blue corresponding to regions of low flux; still lower flux is transparent. The "shadow" of the flux on the potential plot shows where the flux lies relative to the hills and valleys; no guiding valleys are seen. A slight change of the position of the opening changes the location and direction of the branches. (S. E. J. Shaw, PhD thesis, Harvard University, 2002.)

Kwant przewodnictwa

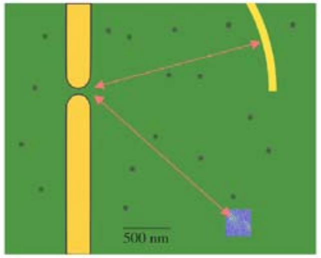


Fig. 3. Schematic diagram showing how a V-shaped electron interferometer was constructed using a QPC and a reflecting gate (gates in gold color). The SPM tip was scanned over the small blue area at approximately the same distance from the QPC as the reflector gate. Electrons passing from the QPC travel along both legs of the interferometer at once (paths shown in red, with arrows), and interfere when they return to their starting point.

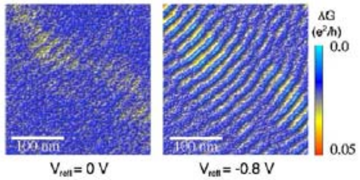


Fig. 4. Experimental images that show that fringes are created in the interferometer of Fig. 3, when the reflector mirror is turned on by depleting the electron gas below. Only weak fringes are observed in the left panel when the reflector mirror is off ($V_{refl} = 0$ V), while strong fringes are observed in the right panel when the reflector mirror is on ($V_{refl} = -0.8$ V).

R.M. Westervelt, M. A. Topinka et al.
Physica E 24 (2004) 63–69

Kwant przewodnictwa

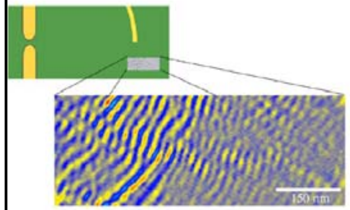


Fig. 6. Image of fringes in an electron interferometer that show how the fringe intensity varies with distance from the QPC—the fringes are strongest at the same distance from the QPC as the reflector mirror. An ensemble average over the thermal distribution of electron energies tends to wash out fringes at other distances.

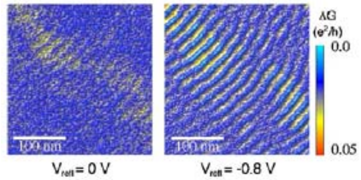
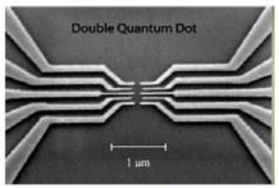


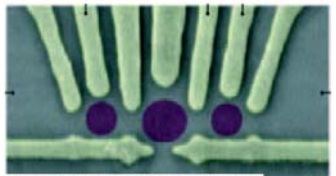
Fig. 4. Experimental images that show that fringes are created in the interferometer of Fig. 3, when the reflector mirror is turned on by depleting the electron gas below. Only weak fringes are observed in the left panel when the reflector mirror is off ($V_{refl} = 0$ V), while strong fringes are observed in the right panel when the reflector mirror is on ($V_{refl} = -0.8$ V).

R.M. Westervelt, M. A. Topinka et al.
Physica E 24 (2004) 63–69

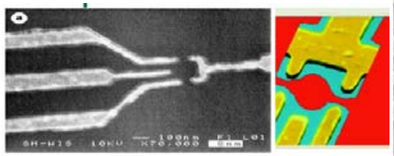
Tunelowanie



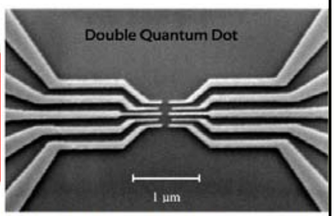
Jeong, Chang, Melloch *Science* **293** 2222 (2001)



Craig et al., *Science* **304** 565 (2004)

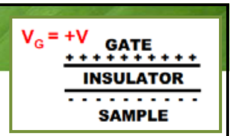


Goldhaber-Gordon *et al.* *Nature* **391** 156 (1998)



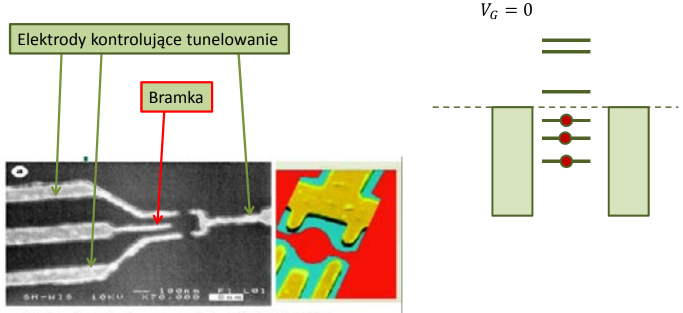
Jeong, Chang, Melloch *Science* **293** 2222 (2001)

Tunelowanie



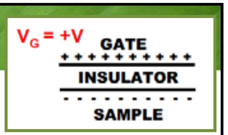
Kropka zachowuje się jak mały kondensator o energii $E_c \sim \frac{1}{2}\frac{e^2}{C}$

$V_G = 0$

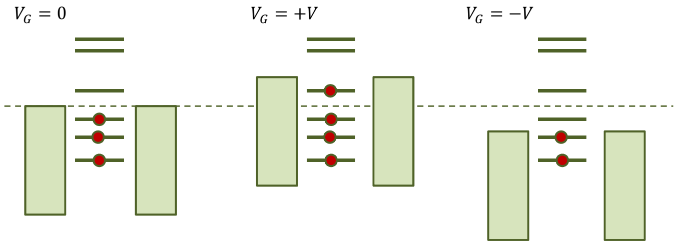


Goldhaber-Gordon *et al.* *Nature* **391** 156 (1998)

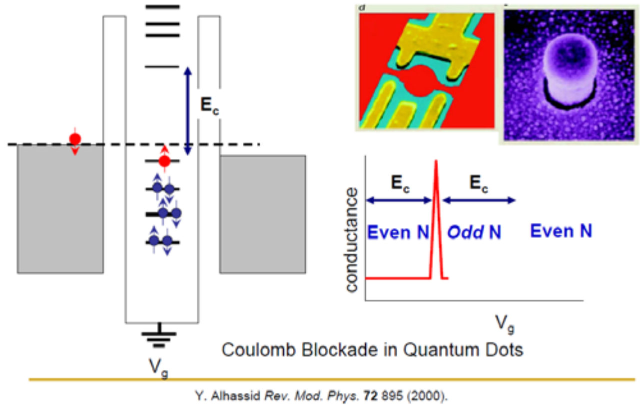
Blokada Kulombowska



Kropka zachowuje się jak mały kondensator o energii $E_c \sim \frac{1}{2}\frac{e^2}{C}$



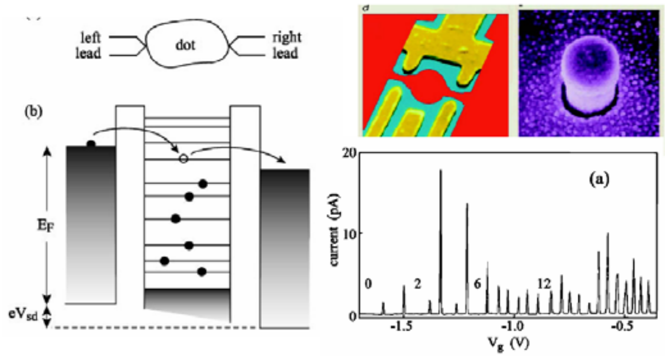
Blokada Kulombowska



http://sces.phys.utk.edu/~dagotto/condensed/Lectures_2008/UTK_Lecture1_March08.pdf

Luis Dias – UT/ORNL

Blokada Kulombowska



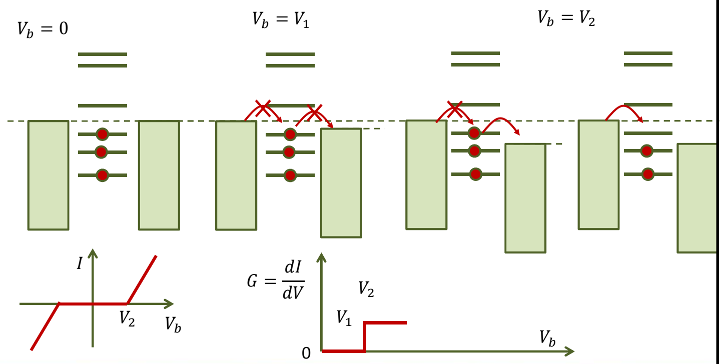
Coulomb Blockade in Quantum Dots: "dot spectroscopy"

http://sces.phys.utk.edu/~dagotto/condensed/Lectures_2008/UTK_Lecture1_March08.pdf

Luis Dias – UT/ORNL

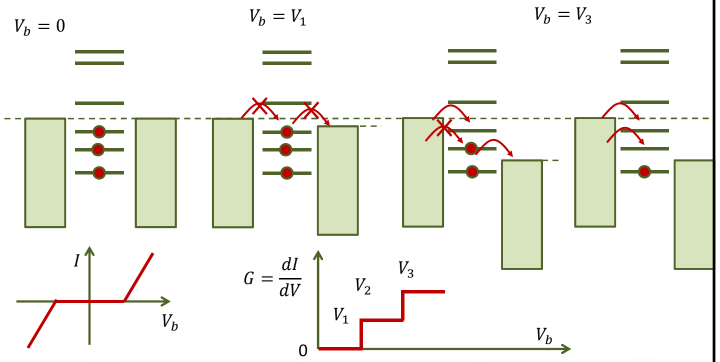
Blokada Kulombowska

Kropka zachowuje się jak mały kondensator o energii $E_c \sim \frac{1}{2}\frac{e^2}{C}$



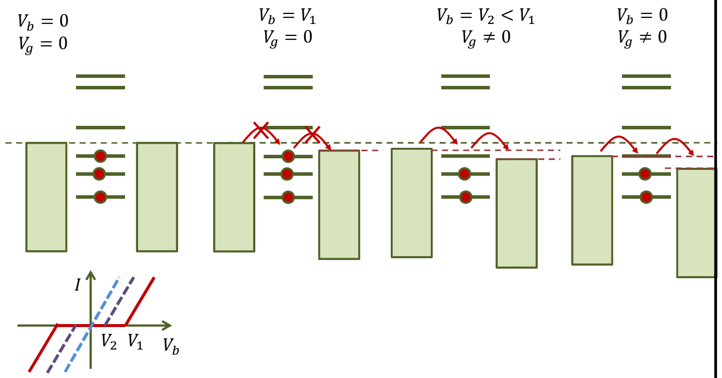
Blokada Kulombowska

Kropka zachowuje się jak mały kondensator o energii $E_c \sim \frac{1}{2}\frac{e^2}{C}$



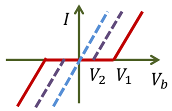
Blokada Kulombowska

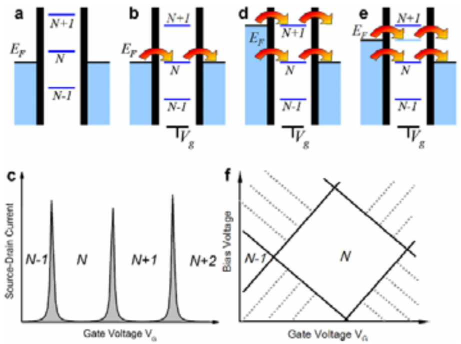
Kropka zachowuje się jak mały kondensator o energii $E_c \sim \frac{1}{2}\frac{e^2}{C}$



Blokada Kulombowska

Kropka zachowuje się jak mały kondensator o energii $E_c \sim \frac{1}{2}\frac{e^2}{C}$





Inorganica Chimica Acta 361 (2008) 3807–3819

Blokada Kulombowska

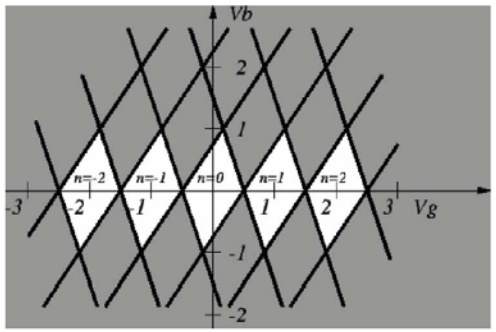


Figure 6: "Coulomb diamonds"

http://www.dstuns.iitm.ac.in/teaching-and-presentations/teaching/undergraduate%20courses/vy305-molecular-architecture-and-evolution-of-functions/presentations/presentations-2007/seminar-2/P2.pdf

Blokada Kulombowska

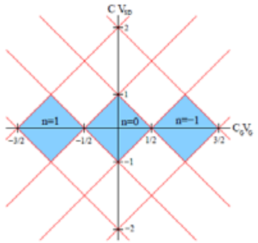
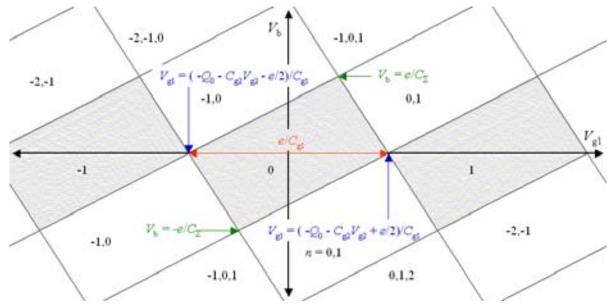


Figure 6.6: A stability diagram for a SET. The blue shaded regions are the Coulomb diamonds, where the number of electrons on the dot is fixed at n and transport through the dot is blocked. Red lines indicate voltages where the number of addition energies within the transport window changes by one. We have set $e = 1$ here for convenience.

Clive Emary
Theory of Nanostructures nanoskript.pdf

Blokada Kulombowska



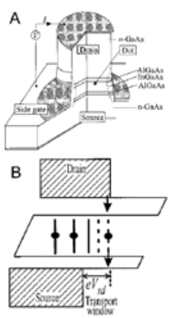
http://lamp.tu-graz.ac.at/~hadley/ss2/set/transistor/coulombblockade.php

Blokada Kulombowska

Excitation Spectra of Circular, Few-Electron Quantum Dots

L. P. Kouwenhoven, T. H. Oosterkamp, M. W. S. Danoesastro, M. Eto, D. G. Austing, T. Honda, S. Tarucha

SCIENCE • VOL. 278 • 5 DECEMBER 1997



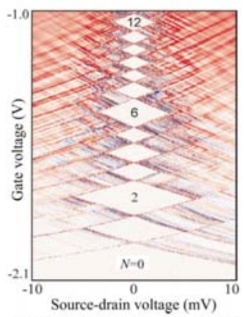
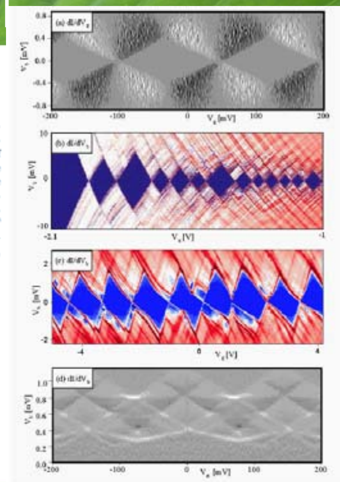


Fig. 2. Differential conductance $\partial I/\partial V_{sd}$ plotted in color scale in the $V_g - V_{sd}$ plane at $B = 0$. In the white diamond-shaped regions, $\partial I/\partial V_{sd} \approx 0$ as a result of Coulomb blockade. N is fixed in each of the diamond regions. The lines outside the diamonds, running parallel to the sides, identify excited states.

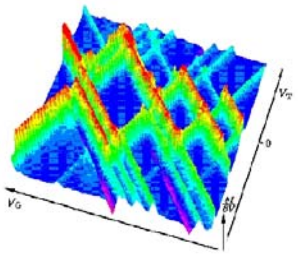
Blokada Kulombowsk

Figure 6.7: The low temperature conductances of (a) a metal single-electron transistor (SET), (b) a semiconducting SET, (c) a carbon nanotube SET, and (d) a superconducting SET are plotted as a function of gate voltage and bias voltage. The diamond shaped regions along the zero bias voltage axis are regions of Coulomb blockade. The conductance is a periodic function of gate voltage for the metal SET and the superconducting SET where the confinement energy is negligible. The conductance is not a periodic function of gate voltage for the semiconductor SET and the carbon nanotube SET where the confinement energy is important. From: P. Hadley and J.E. Mooij, Delft University of Technology, http://qt.tn.tudelft.nl/publi/2000/quantumdev/qdevices.html



Clive Emary
Theory of Nanostructures nanoskript.pdf

Blokada Kulombowska



Dodatkowe „diamenty" – np. efekty spinowe , stany wzbudzone itp

http://www-ipcms.u-strasbg.fr/spip.php?article491&lang=en

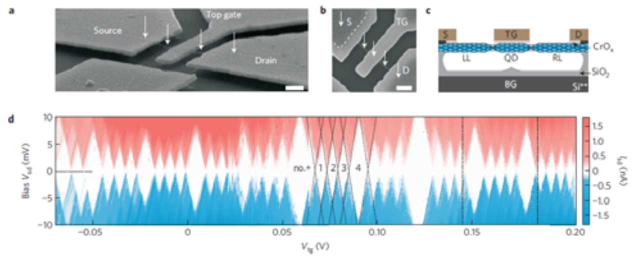
Figure 1 : The differential conductance, calculated in the regime of sequential tunneling through a one-dimensional quantum dot, as a function of the gate voltage (to the left) and the transport voltage. Green and red: Positive values. Blue: Close to zero. Pink: Negative differential conductance. The Coulomb blockade diamonds are aligned along the gate voltage axis. In parallel, one observes structures which are due to excited states of the dot. Electronic correlations combined with spin selection rules lead to the regions of negative differential conductance.

Blokada Kulombowska

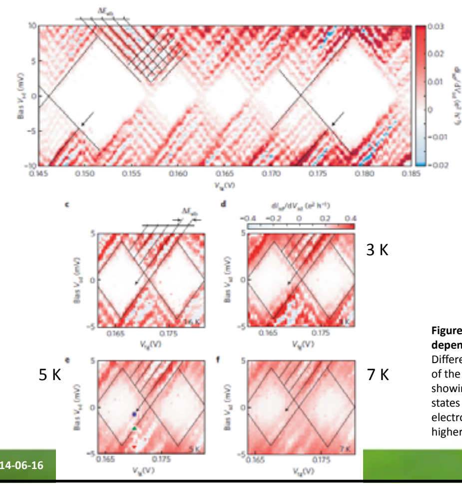
nature physics LETTERS
PUBLISHED ONLINE: 6 APRIL 2009 | DOI: 10.1038/NPHYS1234

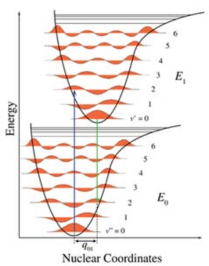
Franck-Condon blockade in suspended carbon nanotube quantum dots

Renaud Leturcq[1,2*†], Christoph Stampfer[1,3*], Kevin Inderbitzin[1], Lukas Durrer[3], Christofer Hierold[3], Eros Mariani[4], Maximilian G. Schultz[4], Felix von Oppen[4] and Klaus Ensslin[1]



Blokada Kulombowska

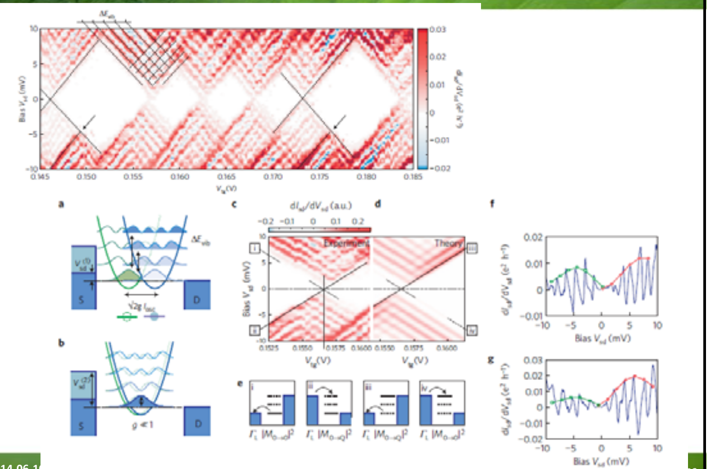




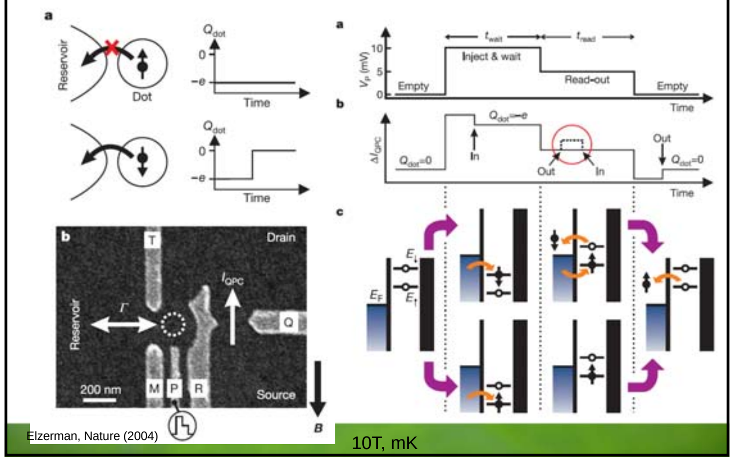
http://pl.wikipedia.org/wiki/Zasada_Francka-Condona

Figure 2 Evidence and temperature dependence of vibron-assisted transport. a, Differential conductance dI_{sd}/dV_{sd} for a subset of the Coulomb diamonds shown in Fig. 1d, showing the quasi-periodic excited vibronic states (see dotted lines). The arrows point to electronic excited states, visible at higher energy.

Blokada Kulombowska



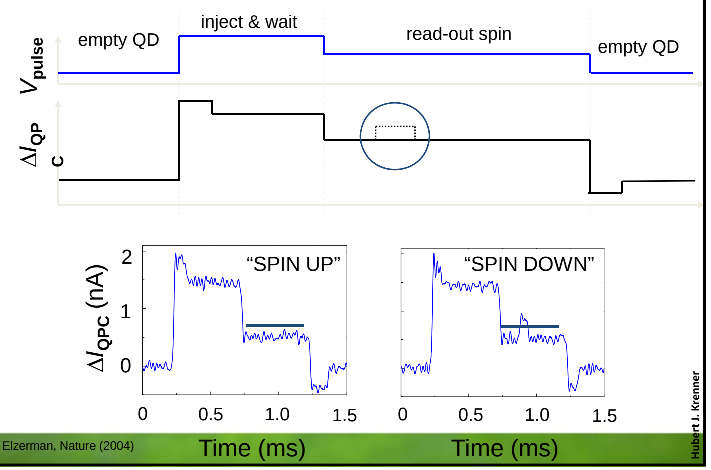
Pojedynczy odczyt pojedynczego spinu



Elzerman, Nature (2004)

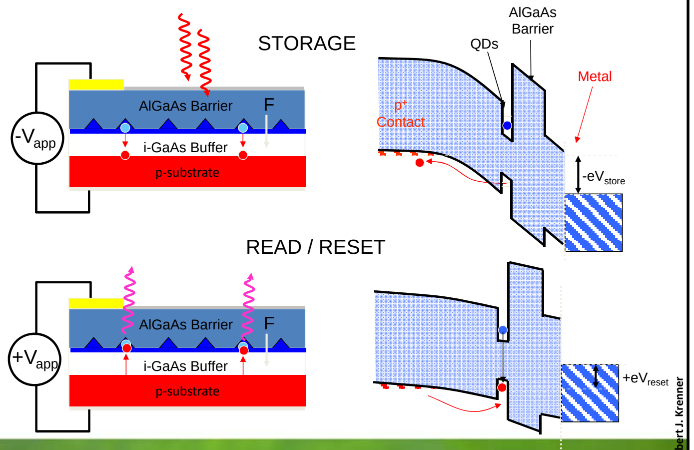
10T, mK

Pojedynczy odczyt pojedynczego spinu



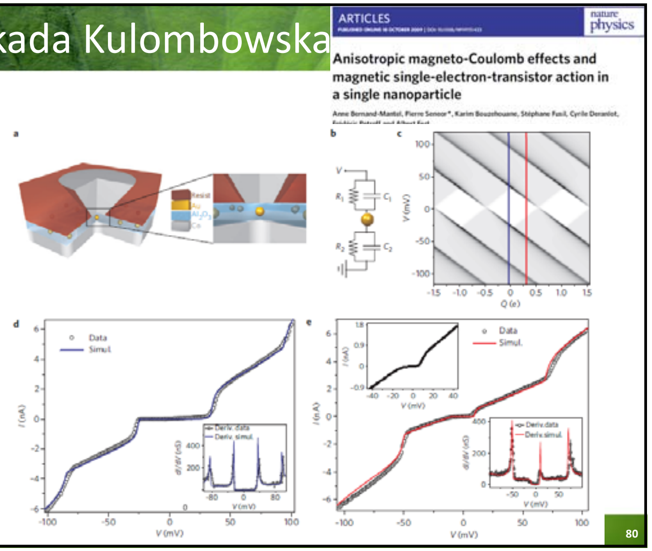
Elzerman, Nature (2004)

Spin storage



Kroutvar, Nature (2004)

Blokada Kulombowska



Qubity

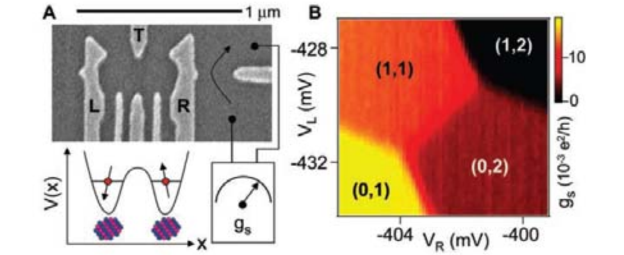
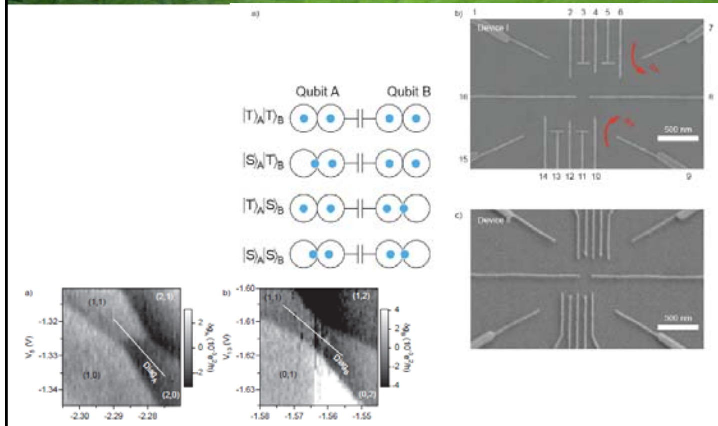


Fig. 1. (A) Scanning electron micrograph of a sample identical to the one measured, consisting of electrostatic gates on the surface of a two-dimensional electron gas. Voltages on gates L and R control the number of electrons in the left and right dots. Gate T is used to adjust the interdot tunnel coupling. The quantum point contact conductance g_s is sensitive primarily to the number of electrons in the right dot. (**B**) g_s measured as a function of V_L and V_R reflects the double-dot charge stability diagram (a background slope has been subtracted). Charge states are labeled (m,n), where m is the number of electrons in the left dot and n is the number of electrons in the right dot. Each charge state gives a distinct reading of g_s.

Coherent Manipulation of Coupled Electron Spins in Semiconductor Quantum Dots
J. R. Petta, et al. *Science 30 September 2005: 2180-2184.*

Qubity



http://marcuslab.harvard.edu/theses/Laird_Thesis.pdf

Qubity

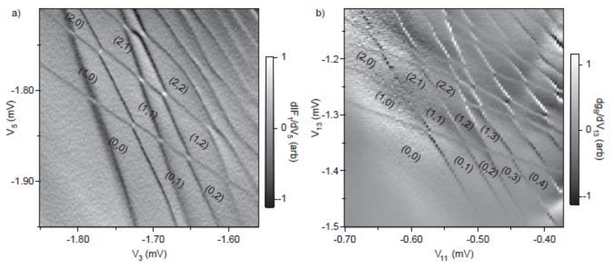


Figure 5.2: Charge stability diagrams of upper (a) and lower (b) double dots, measured using the charge sensors as a function of their respective plunger gate voltages. Both double dots can be tuned into the few-electron regime. The two broad near-vertical lines in (a) are resonances of the charge sensor.

http://marcuslab.harvard.edu/theses/Laird_Thesis.pdf

Właściwości optyczne

Opis właściwości optycznych to opis propagacji fali elektromagnetycznej w krysztale z uwzględnieniem różnych oddziaływań. Należy uwzględnić:

- Swobodne nośniki
- Fonony
- Przejścia międzypasmowe
- Wpływ domieszek na właściwości optyczne

$$\boxed{\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v}\cdot\nabla_{\vec{r}} f + \frac{1}{\hbar}\vec{F}\cdot\nabla_{\vec{k}} f = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{zd}}$$

Równanie Boltzmana zależne od czasu:

Jeśli pominiemy rozpraszanie, to pochodna zupełna $f(\vec{r},\vec{k},t)$ wzdłuż trajektorii ruchu opisana równaniem ruchu

$$\left(\frac{df}{dt}\right)_{rr} = 0$$

a jej zmiany są wynikiem zderzeń

$$\left(\frac{df}{dt}\right)_{rr} = \left(\frac{df}{dt}\right)_{zd}$$

$$\left(\frac{df}{dt}\right)_{rr} = \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v}\cdot\nabla_{\vec{r}} f + \frac{1}{\hbar}\vec{F}\cdot\nabla_{\vec{k}} f = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{zd} = -\frac{f_1}{\tau}$$

Właściwości optyczne

Równanie Boltzmana zależne od czasu:

Jeśli pominiemy rozpraszanie, to pochodna zupełna $f(\vec{r},\vec{k},t)$ wzdłuż trajektorii ruchu opisana równaniem ruchu

$$\left(\frac{df}{dt}\right)_{rr} = 0$$

a jej zmiany są wynikiem zderzeń

$$\left(\frac{df}{dt}\right)_{rr} = \left(\frac{df}{dt}\right)_{zd}$$

$$\left(\frac{df}{dt}\right)_{rr} = \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v}\cdot\nabla_{\vec{r}} f + \frac{1}{\hbar}\vec{F}\cdot\nabla_{\vec{k}} f = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{zd} = -\frac{f_1}{\tau}$$

Jeśli zaburzenie ma charakter okresowy (np. fala elektromagnetyczne o częstości ω)

$$f_1 = f_1^{(0)} e^{-i\omega t} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial f_1}{\partial t} = -i\omega f_1$$

$$\vec{v}\cdot\nabla_{\vec{r}} f + \frac{1}{\hbar}\vec{F}\cdot\nabla_{\vec{k}} f + \left(-i\omega + \frac{1}{\tau}\right) f_1 = 0$$

Należy więc dokonać zmiany w poprzednich wyprowadzeniach dla stacjonarnego równania Boltzmana

$$\tau \to \frac{\tau}{1 - i\omega\tau}$$

Właściwości optyczne

Równanie Boltzmana zależne od czasu:

$$\vec{v}\cdot\nabla_{\vec{r}} f + \frac{1}{\hbar}\vec{F}\cdot\nabla_{\vec{k}} f + \left(-i\omega + \frac{1}{\tau}\right) f_1 = 0$$

Należy więc dokonać zmiany w poprzednich wyprowadzeniach dla stacjonarnego równania Boltzmana

$$\tau \to \frac{\tau}{1 - i\omega\tau}$$

W półprzewodnikach $\tau \sim 10^{-9} \div 10^{-11}$s zatem człon urojony (przesunięty w fazie) należy uwzględniać dla $\omega \sim 10^{9} \div 10^{11}$s-1 (mikrofale). Przewodnictwo zależne od częstości będzie zespolone:

$$\sigma = N_e \frac{e^2}{m^*}\langle \tilde{\tau}(E)\rangle \quad \Rightarrow \quad \sigma^* = N_e \frac{e^2}{m^*}\left\langle \frac{\tilde{\tau}}{1 - i\omega\tilde{\tau}}\right\rangle = \sigma_1 + i\sigma_2$$

$$\sigma^* = \sigma_1 + i\sigma_2 = N_e \frac{e^2}{m^*}\left\langle \frac{\tilde{\tau}}{1 + \omega^2\tilde{\tau}^2}\right\rangle + i\omega N_e \frac{e^2}{m^*}\left\langle \frac{\tilde{\tau}^2}{1 + \omega^2\tilde{\tau}^2}\right\rangle$$

$$\vec{j} = \sigma^*\cdot\vec{\mathcal{E}}(t) = (\sigma_1 + i\sigma_2)\cdot\vec{\mathcal{E}} e^{-i\omega t} = \underbrace{\sigma_1 \vec{\mathcal{E}} e^{-i\omega t}}_{\text{prąd przewodnictwa}} + \underbrace{\sigma_2 \vec{\mathcal{E}} e^{-i\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}}_{\text{prąd przesunięcia}}$$

Właściwości optyczne

Równania Maxwella:

$$\left\{\begin{array}{l} \mathrm{rot}\vec{\mathcal{E}} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \mathrm{rot}\,\vec{H} = \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j} \\ \mathrm{div}\,\vec{B} = 0 \\ \mathrm{div}\,\vec{D} = \rho \end{array}\right.$$

$$\sigma^* = N_e \frac{e^2}{m^*}\left\langle \frac{\tilde{\tau}}{1 - i\omega\tilde{\tau}}\right\rangle$$

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{\mathcal{E}}, \qquad \vec{B} = \mu\vec{H}, \qquad \vec{j} = \sigma\vec{\mathcal{E}}$$

Niemagnetyczny izolator $\mu = \mu_0$, $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$, liczymy $\mathrm{rot}(\mathrm{rot}\vec{\mathcal{E}}) = \cdots$, szukamy rozwiązania w postaci fali $\vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$itp.

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_r + \frac{i\sigma}{\omega\varepsilon_0}$$

W ogólności $\varepsilon(\omega,\vec{k})$ - zespolony tensor.

Rozważając przypadek fali podłużnej i poprzecznej dostajemy

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_r + \frac{i\sigma(\omega)}{\omega\varepsilon_0} = \{\ \omega\tau \gg 1\ \} = \varepsilon_r\left(1 - \frac{N_e e^2}{\varepsilon_0\varepsilon_r m^*}\frac{1}{\omega^2}\right) = \varepsilon_r\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)$$

Właściwości optyczne

Plazmony:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_r\left(1 - \frac{N_e e^2}{\varepsilon_0\varepsilon_r m^*}\frac{1}{\omega^2}\right) = \varepsilon_r\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)$$

Plazmony, to kolektywne wzbudzenia elementarne związane z propagacją fali podłużnej w plazmie. Z dokładniejszych rachunków wynika, że

$$\omega_{pl}(\vec{k}) = \omega_p(0) + ak^2$$

Współczynnik odbicia ($\tilde{n} = \sqrt{\varepsilon(\omega)} = n + i\kappa$)

$$R = \left|\frac{\tilde{n}-1}{\tilde{n}+1}\right|^2 = \frac{(n-1)^2 + \kappa}{(n+1)^2 + \kappa}$$

Odbicie najmniejsze dla

$$\omega^2 = \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r - 1}\omega_p^2$$

Można wyznaczyć m^*!

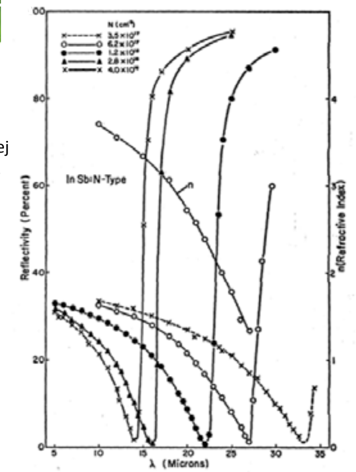


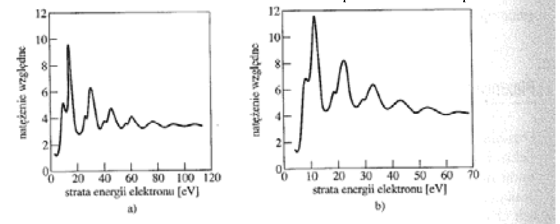
FIG. 8. Reflectivity *vs* wavelength for five *n*-type indium anti monide samples. The refractive index curve labeled *n* is for th sample with $N = 6.2\times10^{17}$ cm^{-3}.

W. G. Spitzer, H.Y. Fan, Phys. Rev. **106**, 882 (1957)

Właściwości optyczne

Plazmony:

W metalach $N_e \approx 3\times10^{22}$ cm^{-3}, $m^* \approx m_0$, $\varepsilon_r \approx 10$ $\Rightarrow$ $\omega_p \approx 10^{16}$ s^{-1}, $\lambda_p \approx 200$nm

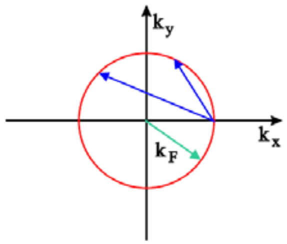


Rys. 8. Widmo strat energii elektronów o energii początkowej 2020 eV, odbitych od cienkiej warstwy: a) glinu i b) magnezu. Dwanaście maksimów zarejestrowanych dla Al składa się z kombinacji procesów, w których elektron traci 10,3 lub 15,3 eV energii; strata 10,3 eV związana jest z plazmonami powierzchniowymi, strata 15,3 eV z plazmonami objętościowymi. Dziesięć maksimów zarejestrowanych dla Mg składa się z kombinacji procesów, w których elektron traci 7,1 eV energii na rzecz plazmonów powierzchniowych i 10,6 eV na rzecz plazmonów objętościowych (wg C. J. Powella, J. B. Swana). Plazmony powierzchniowe są rozpatrywane w zadaniu 1

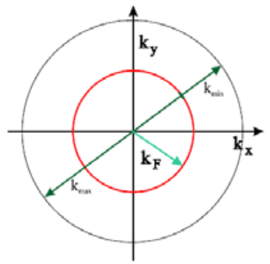
Ch. Kittel *Wstęp do fizyki ciała stałego*

Właściwości optyczne

Plazmony:



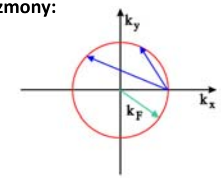
Wzbudzenia jednocząstkowe dla ΔE=0
0≤Δk≤2 k$_F$



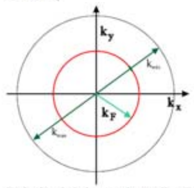
Wzbudzenia jednocząstkowe dla ΔE≠0;
k$_{min}$≤Δk≤kmin+2 k$_F$

Właściwości optyczne

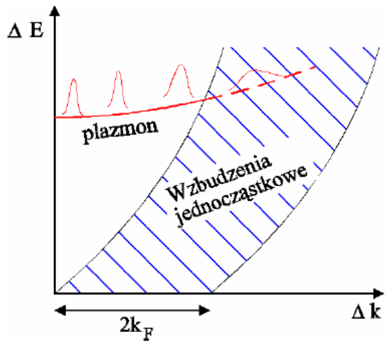
Plazmony:



Wzbudzenia jednocząstkowe dla ΔE=0
0≤Δk≤2 k$_F$



Wzbudzenia jednocząstkowe dla ΔE≠0;
k$_{min}$≤Δk≤kmin+2 k$_F$



Tłumienie plazmonów

Właściwości optyczne

Plazmony:

Fale poprzeczne:

$$\vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)} = \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i\left(\frac{\tilde{n}\omega}{c}r-\omega t\right)} = \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i\omega\left(\frac{n}{c}r-t\right)} e^{-\omega\frac{\kappa}{c}r}$$

Współczynnik absorpcji $\alpha = 2\omega\frac{\kappa}{c}$. Łatwo jest uporządkować wyrazy:

$$\varepsilon'(\omega) = n^2 - \kappa^2 = \varepsilon_r - N_e \frac{e^2}{\varepsilon_0 m^*}\left\langle \frac{\tilde{\tau}^2}{1-\omega^2\tilde{\tau}^2} \right\rangle$$

$$\varepsilon''(\omega) = 2n\kappa = N_e \frac{e^2}{\varepsilon_0 \omega m^*}\left\langle \frac{\tilde{\tau}}{1-\omega^2\tilde{\tau}^2} \right\rangle$$

W przypadku metalicznym (silna degeneracja) $\tilde{\tau} = \tau_F = \tau(\xi) = \tau$

$$\varepsilon'(\omega) = n^2 - \kappa^2 = \varepsilon_r - N_e \frac{e^2}{\varepsilon_0 m^*}\left\langle \frac{\tau_F^2}{1-\omega^2\tau_F^2} \right\rangle = \varepsilon_r\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\gamma^2+\omega^2}\right)$$

$$\varepsilon''(\omega) = 2n\kappa = N_e \frac{e^2}{\varepsilon_0 \omega m^*}\left\langle \frac{\tau_F^2}{1-\omega^2\tau_F^2} \right\rangle = \varepsilon_r \frac{\omega_p^2}{\omega}\frac{\gamma}{\gamma^2+\omega^2}$$

Relacja dyspersyjna:

$$k = \sqrt{\varepsilon(\omega)}\,\frac{\omega}{c} = \tilde{n}(\omega)\frac{\omega}{c}$$

Właściwości optyczne

Plazmony:

Fale poprzeczne:

$$\vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)} = \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i\left(\frac{\tilde{n}\omega}{c}r-\omega t\right)} = \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i\omega\left(\frac{n}{c}r-t\right)} e^{-\omega\frac{\kappa}{c}r}$$

Współczynnik absorpcji $\alpha = 2\omega\frac{\kappa}{c}$. Łatwo jest uporządkować wyrazy:

$$\varepsilon'(\omega) = n^2 - \kappa^2 = \varepsilon_r - N_e \frac{e^2}{\varepsilon_0 m^*}\left\langle \frac{\tilde{\tau}^2}{1-\omega^2\tilde{\tau}^2} \right\rangle$$

$$\varepsilon''(\omega) = 2n\kappa = N_e \frac{e^2}{\varepsilon_0 \omega m^*}\left\langle \frac{\tilde{\tau}}{1-\omega^2\tilde{\tau}^2} \right\rangle$$

W przypadku metalicznym (silna degeneracja) $\tilde{\tau} = \tau_F = \tau(\xi) = \tau$

$$\varepsilon'(\omega) = n^2 - \kappa^2 = \varepsilon_r - N_e \frac{e^2}{\varepsilon_0 m^*}\left\langle \frac{\tau_F^2}{1-\omega^2\tau_F^2} \right\rangle = \varepsilon_r\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\gamma^2+\omega^2}\right)$$

$$\varepsilon''(\omega) = 2n\kappa = N_e \frac{e^2}{\varepsilon_0 \omega m^*}\left\langle \frac{\tau_F^2}{1-\omega^2\tau_F^2} \right\rangle = \varepsilon_r \frac{\omega_p^2}{\omega}\frac{\gamma}{\gamma^2+\omega^2}$$

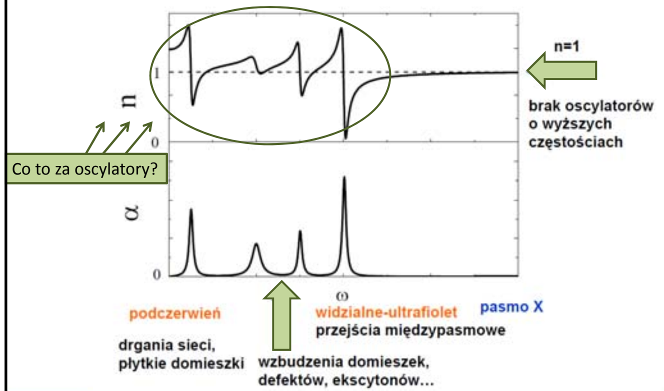
Dla metali $\omega_p \approx 10^{16}$ s^{-1}, $\lambda_p \approx 200$nm, natomiast $\gamma \approx 10^{12} - 10^{13}$ s^{-1}, $\gamma \ll \omega < \omega_p$ dla IR-Vis

Relacja dyspersyjna:

$$k = \sqrt{\varepsilon(\omega)}\,\frac{\omega}{c} = \tilde{n}(\omega)\frac{\omega}{c}$$

Właściwości optyczne

Hipotetyczny półprzewodnik…



Andrzej Wysmołek Własności optyczne półprzewodników http://www.fuw.edu.pl/~wysmolek/optyczne/

Właściwości optyczne

Zakładamy, że w ośrodku (również półprzewodniku) zachodzą różnego rodzaju wzbudzenia, które można opisać przy użyciu modelu oscylatora harmonicznego. Model ten zakłada istnienie momentów dipolowych, bez wchodzenia w ich naturę. Okazuje się, że taki opis dobrze działa zarówno dla atomów, domieszek, defektów, jak też drgań sieci krystalicznej oraz wzbudzeń swobodnych nośników. Rozsunięciu ładunku jądra i elektronu towarzyszy pojawienie się **momentu dipolowego** $\vec{p} = q(\vec{r}_+ - \vec{r}_-)$, $\vec{r}_+$ - położenie ładunku dodatniego, $\vec{r}_-$ - ujemnego.

Wstawiamy do równania ruchu ⇒ model Lorentza z FMS IN (III rok) i dostajemy:

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + \chi + \frac{N_e e^2}{\varepsilon_0 m^*}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

$$\varepsilon'(\omega) = n^2 - \kappa^2 = 1 + \chi + \frac{N_e e^2}{\varepsilon_0 m^*}\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2-\omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2}$$

$$\varepsilon''(\omega) = 2n\kappa = \frac{N_e e^2}{\varepsilon_0 m^*}\frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2-\omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2}$$

Siła oscylatora $\sum_j f_j = 1$

Dla wielu oscylatorów $\omega \to 0$ wkład do polaryzacji od różnych przejść

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + \frac{N_e e^2}{\varepsilon_0 m^*}\sum_j \frac{1}{\omega_{j0}^2 - \omega^2 - i\gamma_j\omega} \quad = 1 + \frac{N_e e^2}{\varepsilon_0 m^*}\sum_j \frac{f_j}{\omega_{j0}^2 - \omega^2 - i\gamma_j\omega}$$

W praktyce wkład poszczególnych oscylatorów różni się, wprowadzamy **siłę oscylatora**.

Właściwości optyczne

Zakładamy, że w ośrodku (również półprzewodniku) zachodzą różnego rodzaju wzbudzenia, które można opisać przy użyciu modelu oscylatora harmonicznego. Model ten zakłada istnienie momentów dipolowych, bez wchodzenia w ich naturę. Okazuje się, że taki opis dobrze działa zarówno dla atomów, domieszek, defektów, jak też drgań sieci krystalicznej oraz wzbudzeń swobodnych nośników. Rozsunięciu ładunku jądra i elektronu towarzyszy pojawienie się **momentu dipolowego** $\vec{p} = q(\vec{r}_+ - \vec{r}_-)$, $\vec{r}_+$ - położenie ładunku dodatniego, $\vec{r}_-$ - ujemnego.

Wstawiamy do równania ruchu ⇒ model Lorentza z FMS IN (III rok) i dostajemy:

Co to za oscylatory?

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 + \chi + \frac{N_e e^2}{\varepsilon_0 m^*}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}$$

$$\varepsilon'(\omega) = n^2 - \kappa^2 = 1 + \chi + \frac{N_e e^2}{\varepsilon_0 m^*}\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2}$$

$$\varepsilon''(\omega) = 2n\kappa = \frac{N_e e^2}{\varepsilon_0 m^*}\frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2}$$

W granicy $\omega \to 0$

$$\varepsilon_r(0) = 1 + \chi + \frac{N_e e^2}{\varepsilon_0 m^* \omega_0^2}$$

(definicja statycznej stałej dielektrycznej)

Właściwości optyczne

$$\varepsilon_1(\omega) = \varepsilon_\infty + (\varepsilon_{st} - \varepsilon_\infty)\frac{\omega_0^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2}$$

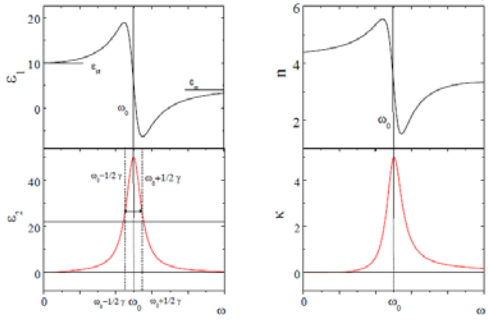
$$\varepsilon_2(\omega) = (\varepsilon_{st} - \varepsilon_\infty)\omega_0^2\frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2}$$

$\omega_0^2 - \omega^2 \cong 2\omega_0\Delta\omega$ **gdzie** $\Delta\omega = \omega - \omega_0$

$$\varepsilon_1(\Delta\omega) = \varepsilon_\infty - (\varepsilon_{st} - \varepsilon_\infty)\frac{2\omega_0\Delta\omega}{4(\Delta\omega)^2 + (\gamma)^2}$$

Loretzowski kształt linii

$$\varepsilon_2(\Delta\omega) = (\varepsilon_{st} - \varepsilon_\infty)\frac{\gamma\omega_0}{4(\Delta\omega)^2 + (\gamma)^2}$$



Andrzej Wysmołek Własnosci optyczne półprzewodników
http://www.fuw.edu.pl/~wysmolek/optyczne/