

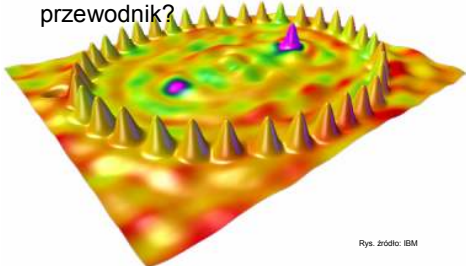
Jacek.Szczytko@fuw.edu.pl

Kwanty, stany, pasma

mechanika kwantowa dla początkujących

Jacek Szczytko, Wydział Fizyki UW

1. Trochę historii
2. Świat klasyczny i kwantowy
3. Czy dwa półprzewodniki dają cały przewodnik?



Rys. źródło: IBM

Nowe technologie

Jacek.Szczytko@fuw.edu.pl

Koniec technologii krzemowej? Prawo Moora i jego konsekwencje (czyli o postępie technologicznym)

2. Kwanty, stany, pasma (czyli mechanika kwantowa dla początkujących).
- Miniaturyzujemy I (czyli nano jest trendy)
4. Miniaturyzujemy II (czyli studnie, druty, kropki).
5. Miniaturyzujemy III (o nanorurkach).
6. Miniaturyzujemy IV (o nanomaszynach).
- Komputery kwantowe I (czyli o przyszłych informatykach)
8. Komputery kwantowe II (czyli o przyszłych komputerach)
9. Kwantowa kryptografia i teleportacja I (czyli o splecaniu kwantowym).
10. Kwantowa kryptografia i teleportacja II (czyli o kodach i kluczach).
11. Optoelektronika (czyli o manipulowaniu światłem).
12. W smutnym kolorze blue (czyli o niebieskim laserze i białych diodach).
13. Spintronika stosowana. Dlaczego elektrony kręczą? (czyli o spinie)
14. Kolorowe obrazy (czyli o wyświetlaczach).
15. Kondensaty (czyli o atomach w pułapce)
16. Czy komputer może myśleć?
17. Prezentacja prac studentów

Dialog z przyrodą musi być prowadzony w języku matematyki, w przeciwnym razie przyroda nie odpowiada na nasze pytania.
Michał Heller

Jacek.Szczytko@fuw.edu.pl

Trochę historii

- XIX w: materia ma budowę ziarnistą, energia (gł. fale e-m) ma charakter falowy
- Nierozwiązane problemy:
 - Promieniowanie ciała doskonale czarnego
 - Efekt fotoelektryczny
 - Linie widmowe atomów

Jacek.Szczytko@fuw.edu.pl

Trochę historii

- XIX w: materia ma budowę ziarnistą, energia (gł. fale e-m) ma charakter falowy
- XX w: materia ma (również) charakter falowy, energia ma (również) charakter ziarnisty (korpuskularny)

Jacek.Szczytko@fuw.edu.pl

Trochę historii

XX w: energia ma (również) charakter ziarnisty
(korpuskularny)

Rozwiązane problemy:

- Promieniowanie ciała doskonale czarnego (Planck 1900, Nobel 1918)
- Efekt fotoelektryczny (Einstein 1905, Nobel 1922)
- Linie widmowe atomów (Bohr 1913, Nobel 1922)

Fotony – energia: $E = h \nu$ ($h = 6.626 \times 10^{-32} \text{ J s} = 4.136 \times 10^{-15} \text{ eV s}$)

– pęd: $p = E/c = h/\lambda$



$$\lambda = h/p$$

<http://www.planetary.org>

Jacek.Szczytko@fuw.edu.pl

Trochę historii

XX w: materia ma charakter falowy

Fale materii – De Broglie 1924 (Nobel 1929), doświadczenia G.P. Thomsona L.H. Germera i C.J. Davissona (Nobel 1937)

$$\lambda = h/p$$

klasycznie



kwantowo



<http://www.colorado.edu/physics/2000/schrodinger/two-slit3.html>

Jacek.Szczytko@fuw.edu.pl

Trochę historii

XX w: materia ma charakter falowy

Fale materii – De Broglie 1924 (Nobel 1929), doświadczenia G.P. Thomsona L.H. Germera i C.J. Davissona (Nobel 1937)

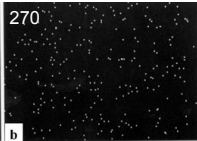
$$\lambda = h/p$$

8



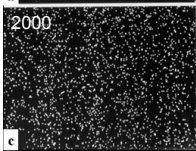
a

270



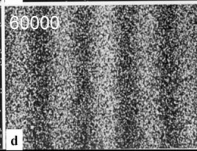
b

2000



c

60000



d

Single-electron events build up over a 20 minute exposure to form an interference pattern in this double-slit experiment by Akira Tonomura and co-workers. (a) 8 electrons; (b) 270 electrons; (c) 2000 electrons; (d) 60,000. A video of this experiment will soon be available on the web (www.hqrd.hitachi.co.jp/em/doubleslit.html).

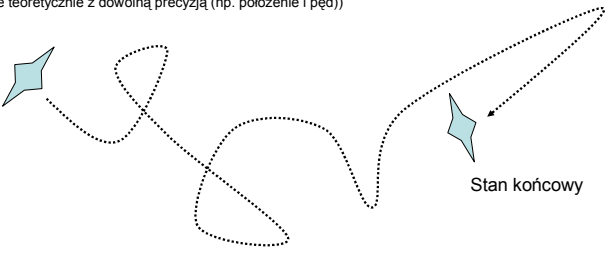
www.hqrd.hitachi.co.jp

Jacek.Szczytko@fuw.edu.pl

Świat klasyczny i kwantowy

Mechanika klasyczna:

Warunki początkowe
(znane teoretycznie z dowolną precyzją (np. położenie i pęd))



Ewolucja (w tzw. przestrzeni stanów)
(Lagranżjan, Hamiltonian)

Świat klasyczny i kwantowy

Mechanika kwantowa:
 Warunki początkowe nie mogą być znane z dowolną precyzją

Stan końcowy (znany jedynie prawdopodobieństwa)

Ewolucja (Hamiltonian, równanie Schrodingera)

Świat klasyczny i kwantowy

Stan cząstki musi być określony w CAŁEJ przestrzeni → FUNKCJA FALOWA

$\Psi_n(\vec{r}, t)$
 n – liczby kwantowe

Uwaga 1: funkcję falową określają m.in LICZBY KWANTOWE:
 Uwaga 2: funkcja falowa jest określona w całej przestrzeni, w tym sensie jej ewolucja opisuje wszystkie możliwe historie cząstki:
 Uwaga 3: liniowa kombinacja funkcji falowych też jest funkcją falową (zasada superpozycji)
 Uwaga 4: ewolucja funkcji falowej jest DETERMINISTYCZNA. Jednak w momencie pomiaru „dowiadujemy” się w jakim stanie jest funkcja (tzw. redukcja f. falowej)
 Uwaga 5: cząstki kwantowe są NIEROZRÓŻNIALNE

przestrzeń wektorowa f. falowych (Hilberta), operatory, funkcje i wartości własne, reprezentacje itp.

Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 1: funkcję falową określają m.in LICZBY KWANTOWE:

$\Psi_n(\vec{r}, t)$
 n – liczby kwantowe np.:

- moment pędu (orbitalny, spinowy)
- rzut momentu pędu
- energia (stanu, w atomie, w kryształach)

Widmo H
 $\frac{hc}{\lambda} = h\nu = \mathfrak{H}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2}\right)$

Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 2: funkcja falowa jest określona w całej przestrzeni, w tym sensie jej ewolucja opisuje wszystkie możliwe historie cząstki:

$\Psi_n(\vec{r}, t)^2$ określa tzw. gęstość prawdopodobieństwa

$\hat{H}\Psi(\vec{r}) = \left(\frac{\vec{p}^2}{2m_0} + V(\vec{r})\right)\Psi(\vec{r}) = E\Psi(\vec{r})$

Uwięzioną cząstką wnika w barierę potencjału

Stan 1s, Stan 2s, Stan 2p

Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 3: liniowa kombinacja funkcji falowych też jest funkcją falową (zasada superpozycji)

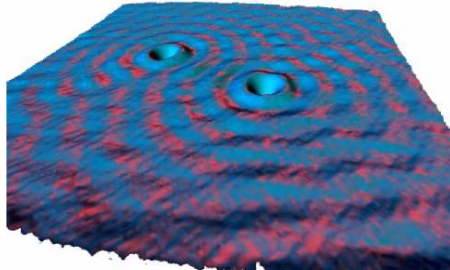
$\Psi = A\Psi_A + B\Psi_B$

~~$|\Psi|^2 \neq A^2|\Psi_A|^2 + B^2|\Psi_B|^2$~~

$|\Psi|^2 = A^2|\Psi_A|^2 + B^2|\Psi_B|^2 + 2AB\Psi_A\Psi_B$

Człon interferencyjny

A quantum waves
In this scanning tunneling microscope (STM) image, electron density waves are seen to be breaking around two atom-sized defects on the surface of a copper crystal. The resultant standing waves result from the interference of the electron waves scattering from the defects. Courtesy, Don Eigler, IBM.



Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 3: liniowa kombinacja funkcji falowych też jest funkcją falową (zasada superpozycji)

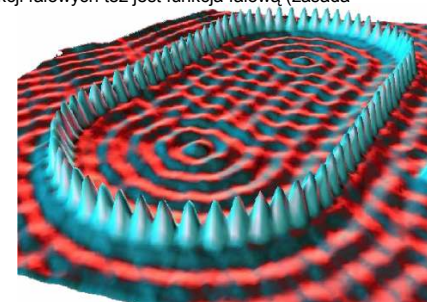
$\Psi = A\Psi_A + B\Psi_B$

~~$|\Psi|^2 \neq A^2|\Psi_A|^2 + B^2|\Psi_B|^2$~~

$|\Psi|^2 = A^2|\Psi_A|^2 + B^2|\Psi_B|^2 + 2AB\Psi_A\Psi_B$

Człon interferencyjny

A quantum corral
Scanning tunnelling microscope (STM) picture of a stadium-shaped "quantum corral" made by positioning iron atoms on a copper surface. This structure was designed for studying what happens when surface electron waves in a confined region. Courtesy, Don Eigler, IBM.



Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 3: liniowa kombinacja funkcji falowych też jest funkcją falową (zasada superpozycji)

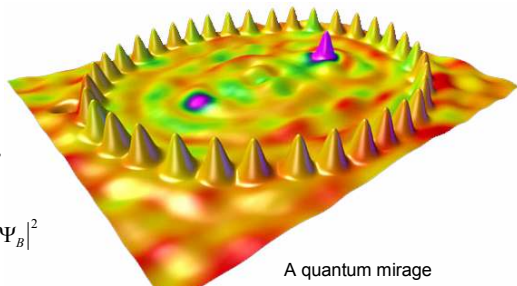
$\Psi = A\Psi_A + B\Psi_B$

~~$|\Psi|^2 \neq A^2|\Psi_A|^2 + B^2|\Psi_B|^2$~~

$|\Psi|^2 = A^2|\Psi_A|^2 + B^2|\Psi_B|^2 + 2AB\Psi_A\Psi_B$

Człon interferencyjny

A quantum mirage
A scanning tunneling microscope was used to position 36 cobalt atoms in an elliptical structure known as a "quantum corral." Electron waves moving in the copper substrate interact both with a magnetic cobalt atom carefully positioned at one of the foci of the ellipse and apparently with a "mirage" of another cobalt atom (that isn't really there) at the other focus. (Courtesy of IBM.) reported by: Manoharan et al., in *Nature*, 3 February 2000



Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 4: ewolucja funkcji falowej jest DETERMINISTYCZNA. Jednak w momencie pomiaru „dowiadujemy” się w jakim stanie jest funkcja (tzw. *redukcja f. falowej*)

$\Psi = A\Psi_A + B\Psi_B$

pomiar
A lub B

$\Psi = \Psi_A$ → $\Psi = \Psi_A$
 $\Psi = \Psi_B$ → $\Psi = \Psi_B$

Czasami ważna jest KOLEJNOŚĆ pomiaru:

Pomiar = obserwabla = operatory = reguły komutacji
Zasady nieoznaczoności Heisenberga (położenie i pęd, energia i czas, rzuty momentów pędu itd).

$[\hat{p}, \hat{x}] = -i\hbar$
 $\Delta p \Delta x \geq \frac{1}{2}\hbar$

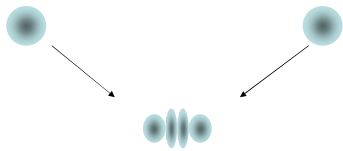
$AB\Psi \neq BA\Psi$ gdy $AB - BA = [A, B] \neq 0$

Zasada superpozycji stanów. Stany splecione

Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 5: cząstki kwantowe są NIEROZRÓŻNIALNE

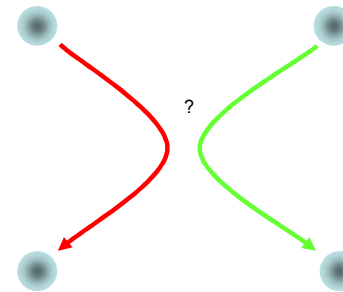
Jacek.Szczytko@fuw.edu.pl



Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 5: cząstki kwantowe są NIEROZRÓŻNIALNE

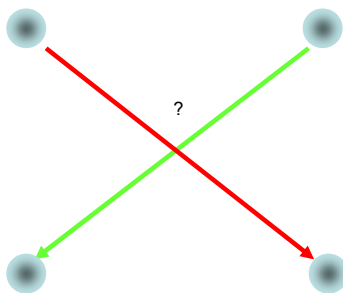
Jacek.Szczytko@fuw.edu.pl



Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 5: cząstki kwantowe są NIEROZRÓŻNIALNE

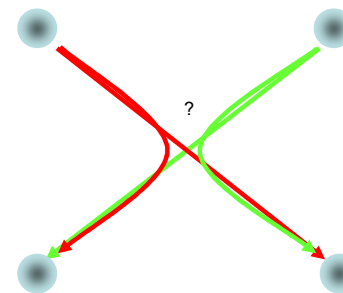
Jacek.Szczytko@fuw.edu.pl



Świat klasyczny i kwantowy

Uwaga 5: cząstki kwantowe są NIEROZRÓŻNIALNE

Jacek.Szczytko@fuw.edu.pl



Funkcja falowa CAŁEGO układu
STATYSTYKA:

Świat fermionów (e,p,n)
Świat bozonów (foton, bozon W)

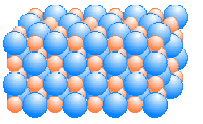
Zakaz Pauliego, statystyka Fermiego-Diraca, Bosego-Einsteina, oddziaływanie wymienne, ferromagnetyzm

Czy dwa półprzewodniki dadzą cały przewodnik?

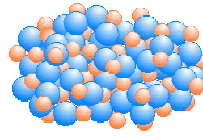
Jacek.Szcztyko@fuw.edu.pl



Kryształ



Ciało amorficzne



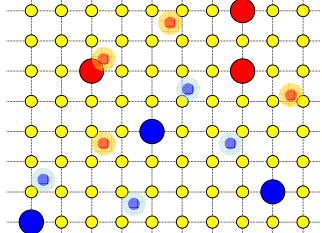
Dr hab. Darek Wasik

Półprzewodniki

II	III	IV	V	VI
Be	B	C	N	O
Mg	Al	Si	P	S
Zn	Ga	Ge	As	Se
Cd	In	Sn	Sb	Te

Nośniki:
dziury +
elektrony -

Domieszki:
Akceptory (typ p)
Donory (typ n)

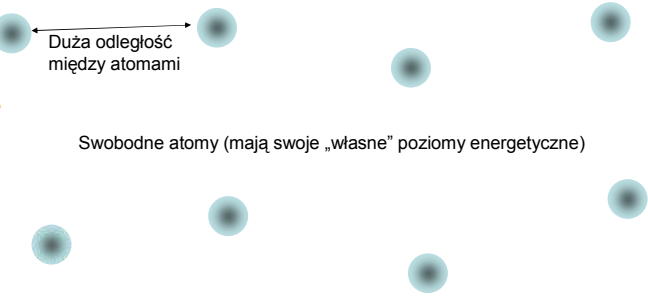


Grupa IV: diament, Si, Ge
Grupy III-V: GaAs, AlAs, InSb, InAs...
Grupy II-VI: ZnSe, CdTe, ZnO, SdS...

Czy dwa półprzewodniki dadzą cały przewodnik?

Co to jest izolator, półprzewodnik, przewodnik?

Jacek.Szcztyko@fuw.edu.pl



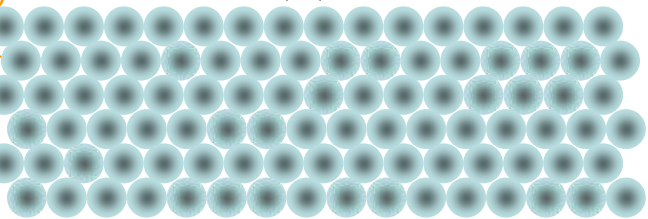
Duża odległość między atomami

Swobodne atomy (mają swoje „własne” poziomy energetyczne)

Czy dwa półprzewodniki dadzą cały przewodnik?

Co to jest izolator, półprzewodnik, przewodnik?

Jacek.Szcztyko@fuw.edu.pl



Mała odległość między atomami

Atomy zawiązane (elektrony są fermionami i obowiązuje zakaz Pauliego)

Czy dwa półprzewodniki dadzą cały przewodnik?

Co to jest izolator, półprzewodnik, przewodnik?

Jacek.Szczytko@fuw.edu.pl

J. Ginter

Mała odległość między atomami
pasma

Duża odległość między atomami
poziomy

W. Ibach

Dr hab. Darek Wasik

Czy dwa półprzewodniki dadzą cały przewodnik?

Co to jest izolator, półprzewodnik, przewodnik?

Jacek.Szczytko@fuw.edu.pl

J. Ginter

Mała odległość między atomami
pasma

Duża odległość między atomami
poziomy

atom

kryształ

Przerwa energetyczna
Energy gap

Teoria pasmowa ciał stałych.

Jacek.Szczytko@fuw.edu.pl

ENERGIA ELEKTRONOW

pasma puste

pasma pełne

metal

półprzewodnik

izolator

Co odróżnia pp i iz.

Teoria pasmowa ciał stałych.

Jacek.Szczytko@fuw.edu.pl

półprzewodnik typu p

półprzewodnik typu n

Półprzewodniki

$$E(p) = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$$

$$E(p) = c\sqrt{m^2c^2 + p^2}$$

$$E(p)$$

T. Stacewicz & A. Witowski

Jacek.Szcztyko@fuw.edu.pl

Półprzewodniki

$$E(p) = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$$

$$E(p) = c\sqrt{m^2c^2 + p^2}$$

$$E(p)$$

T. Stacewicz & A. Witowski

Jacek.Szcztyko@fuw.edu.pl

Półprzewodniki

$$E(p) = \frac{p^2}{2m^*} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

$$k - \text{tzw. wektor falowy}$$

T. Stacewicz & A. Witowski

Jacek.Szcztyko@fuw.edu.pl

Studnia Kwantowa

AlGaAs

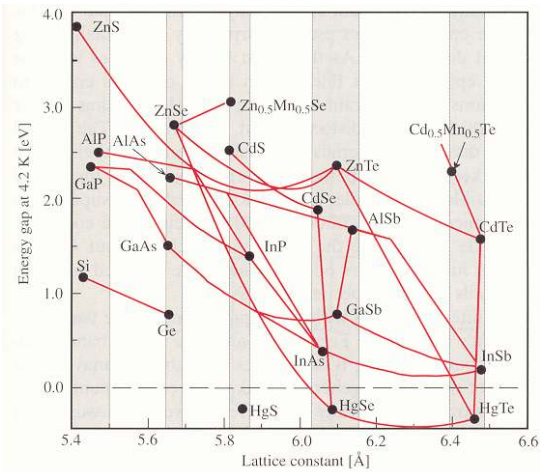
GaAs

AlGaAs

AlGaAs
GaAs
AlGaAs

Jacek.Szcztyko@fuw.edu.pl

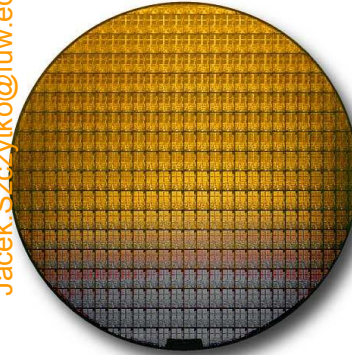
Energy gap engineering



Darek Wasik

W następnym tygodniu:

Miniaturyzujemy!



Rys. źródło: Internet

Półprzewodniki

- a. Małe jest piękne!
- i. Mniejsze tranzystory
- ii. Mniejsze bramki
- iii. Gdzie jest limit?