

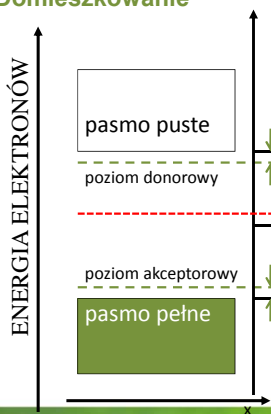
Nanostruktury – druty i kropki kwantowe



RTD/1 Resonant tunneling structures.pdf
SET/BenzeneSET.pdf

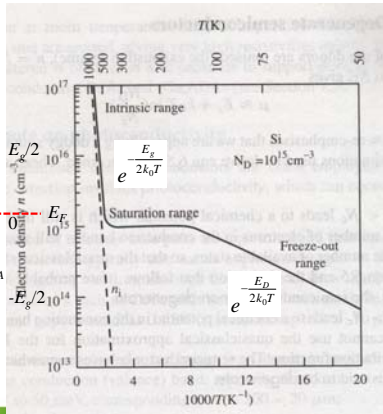
Domieszki i defekty

Domieszkowanie



ENERGIA ELEKTRONÓW

X



n (cm⁻³)

T(K)

1000/T(K⁻¹)

2013-02-27 2

Kwazi-poziom Fermiego (imref)

A jeśli nie ma stanu równowagi?

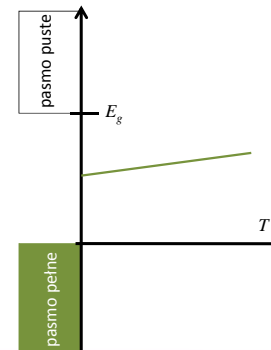
Problem dużo bardziej skomplikowany, wymaga analizy statystycznej, jednak można wprowadzić bardzo użyteczną wielkość „kwazi poziomu Fermiego”, bliskiego równowagi.

$$np > n_i^2$$

$$n = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k_B T}\right) \quad p = N_v \exp\left(-\frac{E_F - E_v}{k_B T}\right)$$

$$E_F^n = E_c + k_B T \ln \frac{n}{N_c}$$

$$\frac{N_c}{N_v} = e^{\frac{(2E_F - E_g)}{k_B T}} \Rightarrow E_F = \frac{1}{2}(E_c + E_v) + \frac{3}{4}k_B T \ln\left(\frac{m_h^*}{m_e^*}\right)$$



T

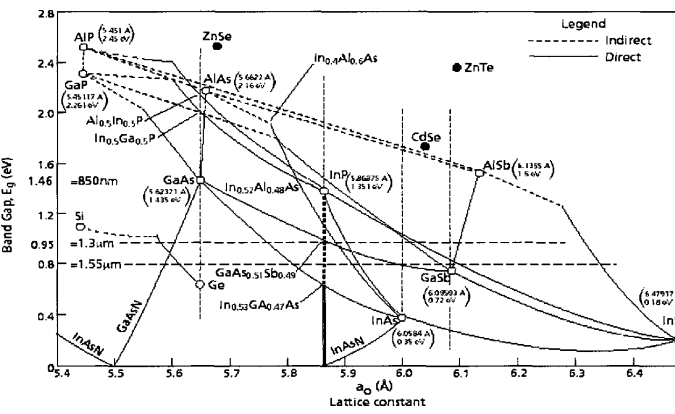
E_g

pasma puste

pasma pełne

2013-02-27 3

Heterostruktury półprzewodnikowe



Band Gap, E_g (eV)

a₀ (Å)

Legend
- - - Indirect
— Direct

Investigation of high antimony-content gallium arsenic nitride-gallium arsenic antimonide heterostructures for long wavelength application

2013-02-27 4

Bandgap engineering

Valence band offset

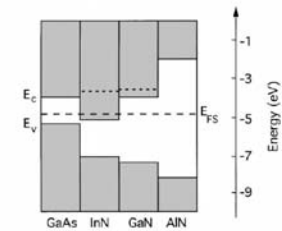


Fig. 4. Band offsets for group III-Nitrides. The dashed lines represent the Fermi energy for the maximum achievable free electron concentration in GaN and InN.

2013-02-27

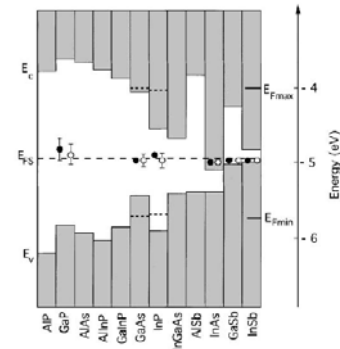


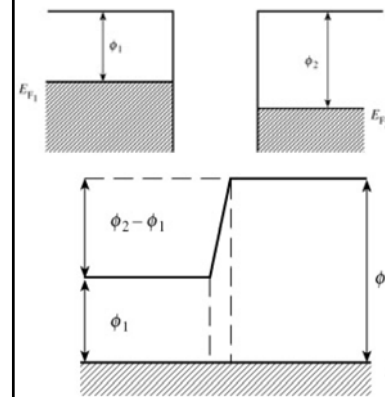
Fig. 1. Band offsets and the Fermi level stabilization energy (E_{FS}) in III-V compounds. The energy is measured relative to the vacuum level. The filled circles represent stabilized Fermi energies in heavily damaged materials, exposed to high energy radiation. The open circles correspond to the location of the Fermi energy on pinned semiconductor surfaces and at metal/semiconductor interfaces. The dashed lines show the location of the Fermi energy for a maximum equilibrium n- and p-type doping in GaAs and InP.

Wielkie wicz Physica B 302-303 (2001) 123-134

5

Konstrukcja diagramów pasmowych

Złącze metal-metal



Zakładając, że $\phi_2 - \phi_1 \approx 1 \text{ eV}$
 Oszacować liczbę elektronów, które przechodzą z jednego metalu do drugiego, aby wytworzyła się równowagowa różnica potencjałów. Przyjmując, że odległość między metalami ma $5 \times 10^{-10} \text{ m}$.

Pole: $E = \frac{\Delta\phi}{d} = 2 \times 10^9 \frac{\text{V}}{\text{m}}$
 ładunek powierzchniowy: $\sigma = \epsilon_0 E$
 Koncentracja: $n^{2D} = \frac{\sigma}{e} = 3.2 \times 10^{15} \text{ cm}^{-2}$
Na ćwiczeniach
 Koncentracja metalu $n^{3D} = 5 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$
 $n^{2D} = 1.5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-2}$

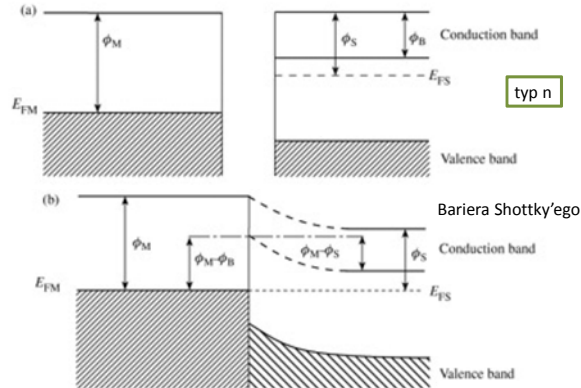
Electrical properties of materials Solymar, Walsh

2013-02-27

6

Konstrukcja diagramów pasmowych

Złącze metal-półprzewodnik ($\phi_M > \phi_S$)



Electrical properties of materials Solymar, Walsh

2013-02-27

7

Konstrukcja diagramów pasmowych

Złącze metal-półprzewodnik ($\phi_M > \phi_S$)

Bariera Shottky'ego

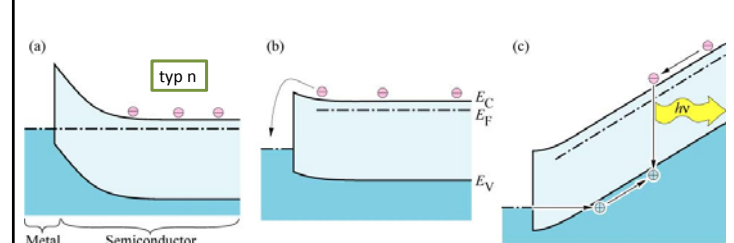


Fig. 1.2. Band diagram of a Schottky diode under (a) equilibrium conditions, (b) forward bias, and (c) strong forward bias. Under strong forward bias, minority carrier injection occurs making possible near-bandgap light emission.

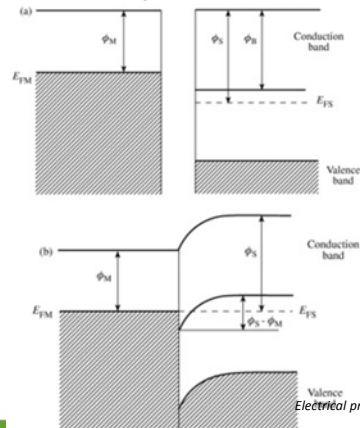
E. F. Schubert
 Light-Emitting Diodes (Cambridge Univ. Press)
 www.LightEmittingDiodes.org

2013-02-27

8

Konstrukcja diagramów pasmowych

Złącze metal-półprzewodnik ($\phi_M < \phi_S$)



typ n

Teoretycznie nie powinno być bariery Shotky'ego

Electrical properties of materials Solymar, Walsh

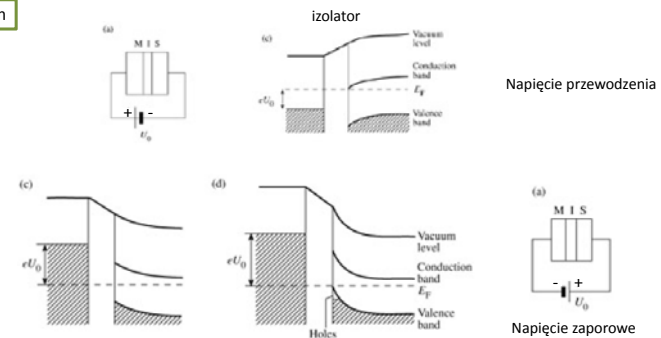
2013-02-27

9

Konstrukcja diagramów pasmowych

Złącze metal-półprzewodnik ($\phi_M < \phi_S$)

typ n



Napięcie przewodzenia

Napięcie zaporowe

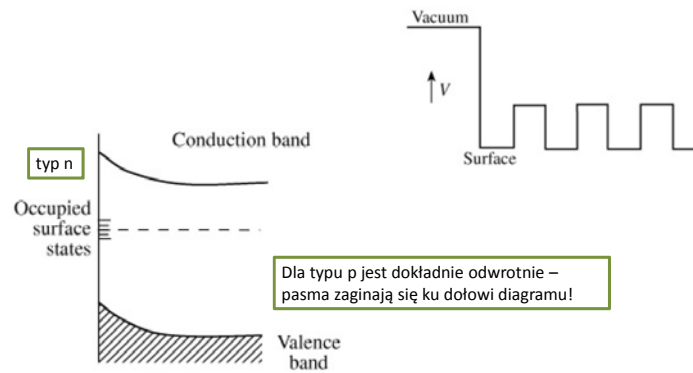
Electrical properties of materials Solymar, Walsh

2013-02-27

10

Konstrukcja diagramów pasmowych

Powierzchnia półprzewodnika zazwyczaj jest naładowana



typ n

Dla typu p jest dokładnie odwrotnie – pasma zginają się ku dołowi diagramu!

Electrical properties of materials Solymar, Walsh

2013-02-27

11

Metoda WKB

$$V(x) = V_b \left[1 - \left(\frac{x}{d} \right)^2 \right]$$

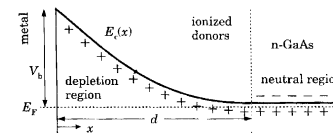


FIGURE 7.7. Schottky barrier in the conduction band $E_c(x)$ between a metal and n-GaAs. The potential is parabolic with height V_b and thickness d .

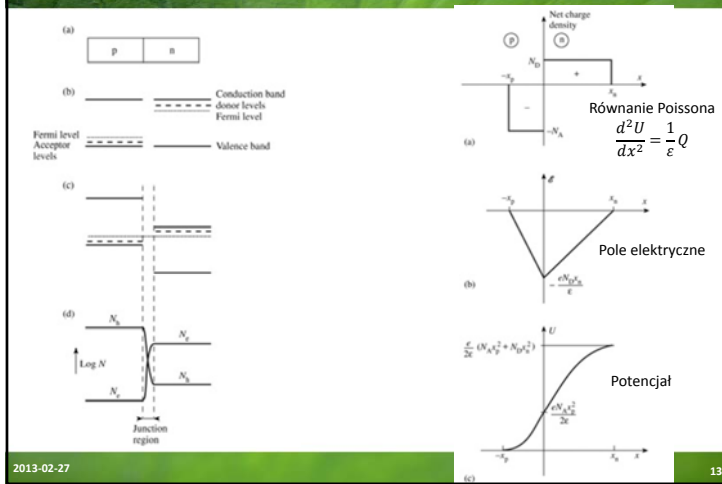
$$k_n(x) = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mV(x)} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mV_b \left[1 - \left(\frac{x}{d} \right)^2 \right]}$$

Wróćmy przy transporcie

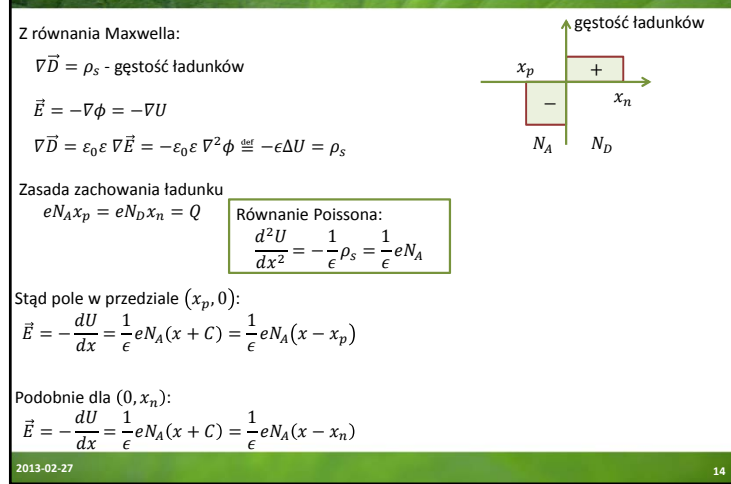
2013-02-27

12

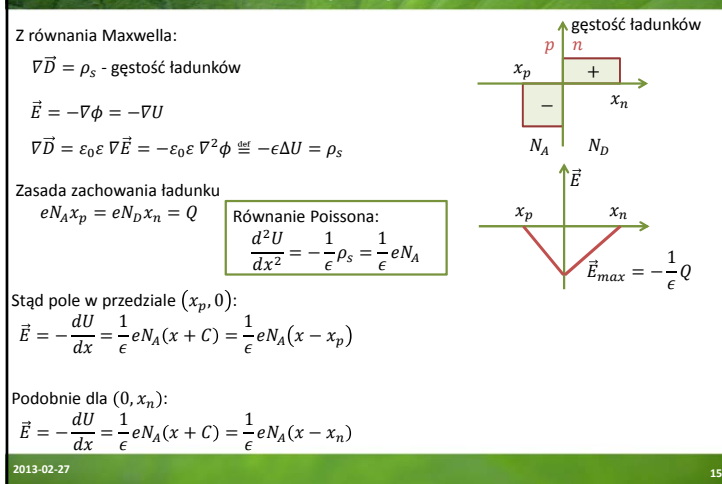
Domieszkowanie półprzewodników



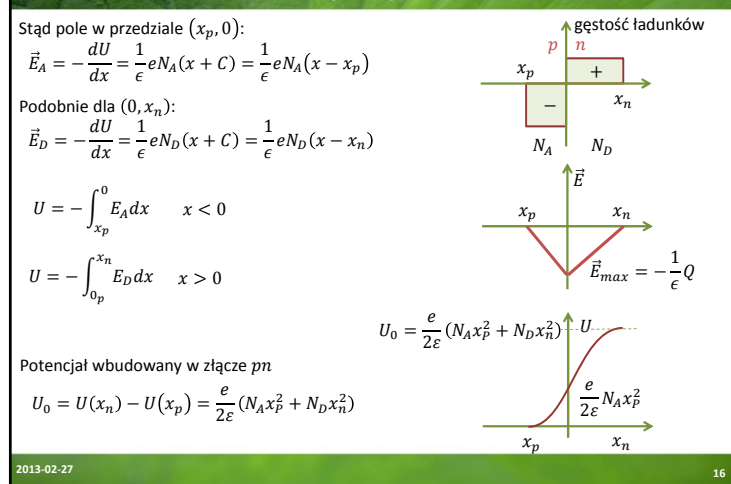
Domieszkowanie półprzewodników



Domieszkowanie półprzewodników



Domieszkowanie półprzewodników



Domieszkowanie półprzewodników

Zasada zachowania ładunku
 $eN_A x_p = eN_D x_n = Q$

Szerokość złącza w
 $w = x_n - x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon U_0}{e(N_A + N_D)}} \left(\sqrt{\frac{N_A}{N_D}} + \sqrt{\frac{N_D}{N_A}} \right)$

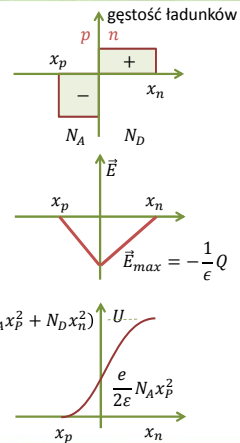
Jeśli np. $N_A \gg N_D$ (domieszkowanie na typ p) wtedy:

$$w = \sqrt{\frac{2\epsilon U_0}{eN_D}} \quad \text{i} \quad |x_n| > |x_p|$$

Szerokość tym większa im mniej jest donorów. (w przypadku $N_A \ll N_D$ jest odwrotnie!)

$$U_0 = \frac{e}{2\epsilon} (N_A x_p^2 + N_D x_n^2)$$

Np. $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ dla typowego $U_0 = 0.3 \text{ V}$ mamy $w \approx 180 \text{ nm}$. Jeśli uwzględnimy, że zmiana ładunku jest bardziej stopniowa $w \approx 1 \mu\text{m}$

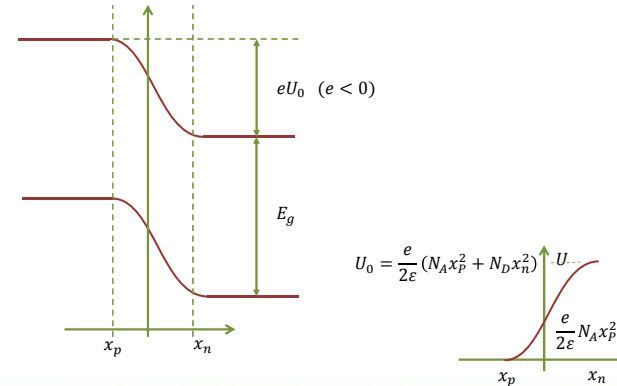


2013-02-27

17

Domieszkowanie półprzewodników

Zasada zachowania ładunku
 $eN_A x_p = eN_D x_n = Q$



2013-02-27

18

Domieszkowanie półprzewodników

Heterozłącze (heterojunction)

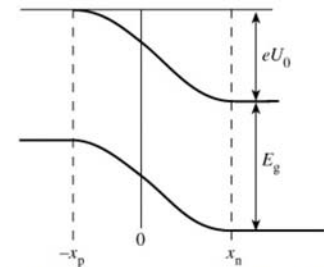
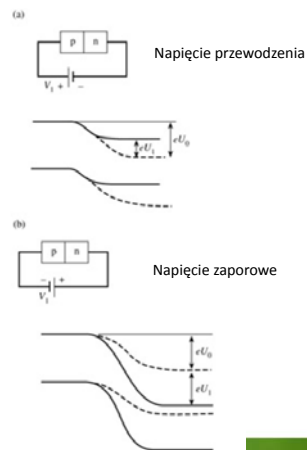


Figure 9.3: The energy diagram for the transition region of a p-n junction.

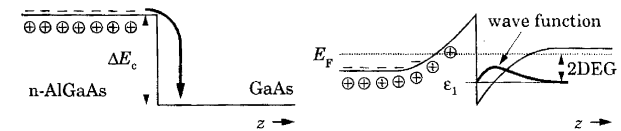


2013-02-27

19

Konstrukcja diagramów pasmowych

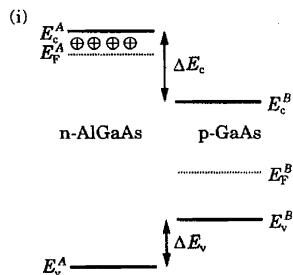
Heterozłącze (heterojunction)



2013-02-27

20

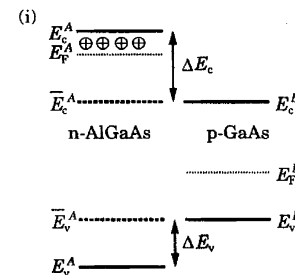
Konstrukcja diagramów pasmowych



2013-02-27

21

Konstrukcja diagramów pasmowych

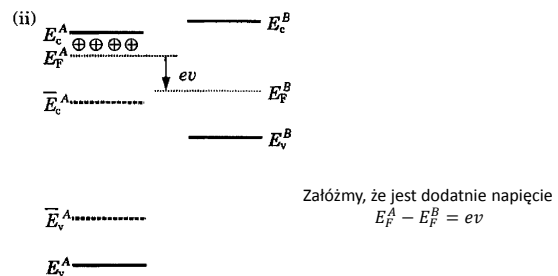


Dorysowujemy \bar{E}_c^A i \bar{E}_v^A

2013-02-27

22

Konstrukcja diagramów pasmowych

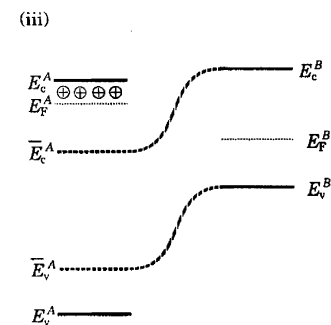


Przesuwamy oba pasma tak, by energie Fermiego się pokryły (lub ich różnica była równa przyłożonemu napięciu ev)

2013-02-27

23

Konstrukcja diagramów pasmowych

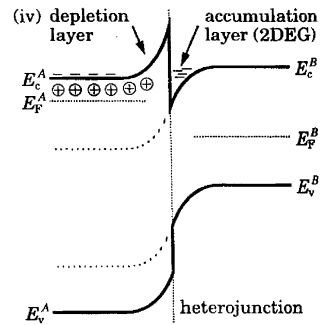


Łączymy ze sobą \bar{E}_c^A z E_c^B i \bar{E}_v^A z E_v^B gładką krzywą (zwykle punkt przegięcia jest w miejscu heterozłącza)

2013-02-27

24

Konstrukcja diagramów pasmowych



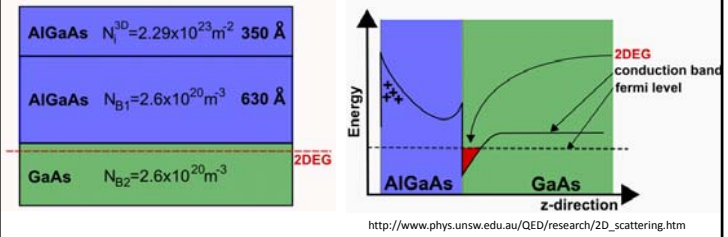
Przesuwamy tymczasowe linie E_c^A w E_c^A i E_v^A w E_v^A , a następnie łączymy ze sobą w miejscu heterozłącza. Pojawiające się nieciągłości dopełniają szkic heterozłącza.

2013-02-27

25

Studnia trójkątna

Metoda przybliżona WKB (Wentzel – Krammers – Brillouin) – dla potencjału *wolnozmiennego*



http://www.phys.unsw.edu.au/QED/research/2D_scattering.htm

$$E_n = \left[\frac{3}{2} \pi \left(n - \frac{1}{4} \right) \right]^{2/3} \left[\frac{(eF\hbar)^2}{2m} \right]^{1/3}$$

2013-02-27

26

Gęstość ładunku i prądu

Gęstość ładunku: $q|\Psi(\vec{r}, t)|^2 = \rho(\vec{r}, t)$

$$\int \rho(\vec{r}, t) d^3\vec{r} = \int q|\Psi(\vec{r}, t)|^2 d^3\vec{r} = q$$

Gęstość prądu: $J(\vec{r}, t) = J(\vec{r}) = \frac{\hbar q}{2im} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*)$

Dla stanów stacjonarnych nie ma zależności czasowej – dlaczego?

2013-02-27

27

2013-02-27

28

Gęstość ładunku i prądu

Gęstość prądu: $J(\vec{r}, t) = J(\vec{r}) = \frac{\hbar q}{2i m} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*)$

W przypadku fali de Broigla: $\Psi(x, t) = [A_+ e^{ikx} + A_- e^{-ikx}] e^{-i\omega t}$

$$J(\vec{r}) = \frac{\hbar q k}{m} (|A_+|^2 - |A_-|^2) \quad \text{czyli każda fala niesie z sobą prąd}$$

W przypadku fali zanikającej: $\Psi(x, t) = [B_+ e^{kx} + B_- e^{-kx}] e^{-i\omega t}$

$$J(\vec{r}) = \frac{\hbar q \kappa}{i m} (B_+ B_-^* - B_+^* B_-) = \frac{2 \hbar q \kappa}{m} \text{Im} (B_+ B_-^*)$$

Tylko złożenie amplitud + i - daje rzeczywisty prąd!

Fala klasyczna: $\Psi(x, t) = \text{Re}\{[A_+ e^{ikx} + A_- e^{-ikx}] e^{-i\omega t}\}$

2013-02-27

29

Gęstość ładunku i prądu

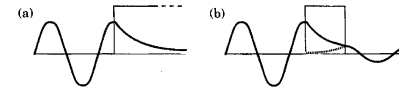
Gęstość prądu: $J(\vec{r}, t) = J(\vec{r}) = \frac{\hbar q}{2i m} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*)$

W przypadku fali de Broigla: $\Psi(x, t) = [A_+ e^{ikx} + A_- e^{-ikx}] e^{-i\omega t}$

$$J(\vec{r}) = \frac{\hbar q k}{m} (|A_+|^2 - |A_-|^2) \quad \text{czyli każda fala niesie z sobą prąd}$$

W przypadku fali zanikającej: $\Psi(x, t) = [B_+ e^{kx} + B_- e^{-kx}] e^{-i\omega t}$

$$J(\vec{r}) = \frac{\hbar q \kappa}{i m} (B_+ B_-^* - B_+^* B_-) = \frac{2 \hbar q \kappa}{m} \text{Im} (B_+ B_-^*)$$

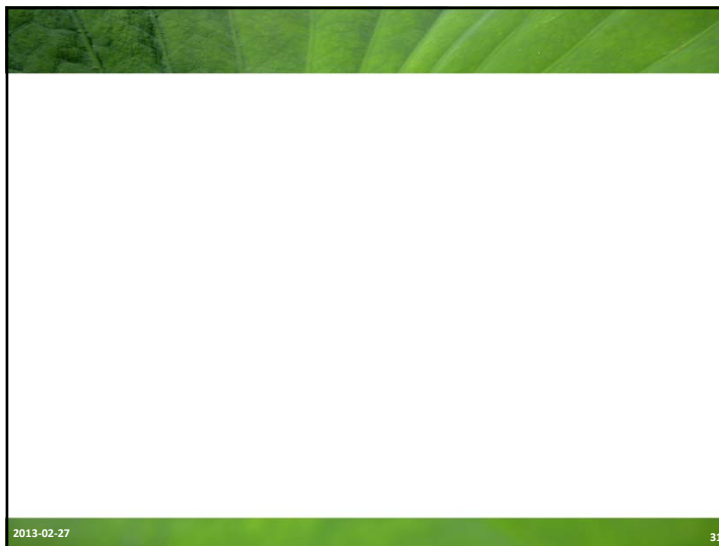


Tylko złożenie amplitud + i - daje rzeczywisty prąd!

FIGURE 1.5. Current carried by counter-propagating decaying waves. (a) An infinitely thick barrier contains a single decaying exponential that carries no current. (b) A finite barrier contains both growing and decaying exponentials and passes current. (The wave function is complex, so the figure is only a rough guide.)

2013-02-27

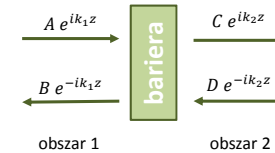
30



2013-02-27

31

Tunelowanie



$$\begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = T^{(21)} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{12}^* & T_{11}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}$$

$$r = -\frac{T_{12}^*}{T_{11}^*} \quad t = \frac{1}{T_{11}^*}$$

$$T^{(21)}(0) = \begin{pmatrix} 1/t^* & -r^*/t^* \\ -r/t & 1/t \end{pmatrix}$$

Na ćwiczeniach

2013-02-27

32

Tunelowanie

obszar 1 obszar 2

$$\begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = T^{(21)} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{12}^* & T_{11}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}$$

$$r = -\frac{T_{12}^*}{T_{11}} \quad t = \frac{1}{T_{11}}$$

$$T^{(21)}(0) = \begin{pmatrix} 1/t^* & -r^*/t^* \\ -r/t & 1/t \end{pmatrix}$$

$$T^{(21)}(d) = \begin{pmatrix} e^{-ik_2 d} & 0 \\ 0 & e^{ik_2 d} \end{pmatrix} T^{(21)}(0) \begin{pmatrix} e^{ik_1 d} & 0 \\ 0 & e^{-ik_1 d} \end{pmatrix} = A_2^{-1}(d) T(0) A_1(d)$$

W drugą stronę: $\begin{pmatrix} B \\ A \end{pmatrix} = T^{(12)} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$

$$T^{(12)}(0) = \begin{pmatrix} 1/t^* & r/t \\ r^*/t^* & 1/t \end{pmatrix}$$

2013-02-27 33

Tunelowanie

Przykłady:

$T + R = 1$

$$T = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2}$$

$$R = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right)^2$$

2013-02-27 34

Tunelowanie

Przykłady:

Poziomy nieskończonej anty-studni!

FIGURE 5.5. Potential barrier with $V(z) = V_0$ for $|z| < a/2$ and $V(z) = 0$ elsewhere

$E > V_0$

$$T = \frac{4k_1^2 k_2^2}{4k_1^2 k_2^2 + (k_1^2 - k_2^2)^2 \sin^2 k_2 a} = \left[1 + \frac{V_0^2}{4E(E - V_0)} \sin^2 k_2 a \right]^{-1}$$

$E < V_0$

$$T = \frac{4k_1^2 \kappa_2^2}{4k_1^2 \kappa_2^2 + (k_1^2 + \kappa_2^2)^2 \sinh^2 k_2 a} = \left[1 + \frac{V_0^2}{4E(V_0 - E)} \sinh^2 k_2 a \right]^{-1}$$

2013-02-27 35

Tunelowanie

(a)

(b)

2013-02-27 36

FIGURE 5.10. (a) A finite square potential well with a true bound state. (b) The same well but with barriers of finite thickness, where the bound state becomes resonant or quasi-bound.

$$t = \frac{t_L t_R}{1 - r_L r_R \exp 2ika}$$

$$\phi = 2ka + \rho_L + \rho_R$$

$$T = |t|^2 = \frac{T_L T_R}{(1 - \sqrt{R_L R_R})^2 + 4\sqrt{R_L R_R} \sin^2 \frac{1}{2} \phi} \quad T_{pk} = \frac{T_L T_R}{(1 - \sqrt{R_L R_R})^2} \approx \frac{4T_L T_R}{(T_L + T_R)^2}$$

Tunelowanie

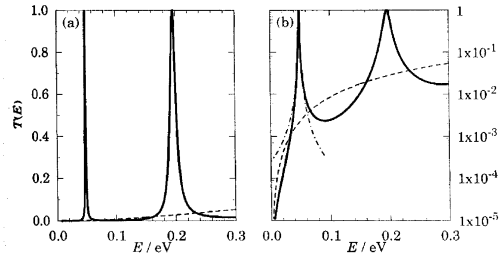


FIGURE 5.11. Transmission coefficient of a resonant-tunnelling structure on (a) linear and (b) logarithmic scales. The barriers are δ -functions of strength $0.3 \text{ eV} \times 5 \text{ nm}$ separated by 10 nm . The solid curve is $T(E)$ for the whole structure, the dashed curve shows the square of $T(E)$ for a single barrier and would apply to the double-barrier structure if there were no resonance, and the chain curve is the Lorentzian approximation to the lowest resonance.

$$T = |t|^2 = \frac{T_L T_R}{(1 - \sqrt{R_L R_R})^2 + 4\sqrt{R_L R_R} \sin^2 \frac{1}{2} \phi} \quad T_{pk} = \frac{T_L T_R}{(1 - \sqrt{R_L R_R})^2} \approx \frac{4T_L T_R}{(T_L + T_R)^2}$$

2013-02-27

37

Tunelowanie

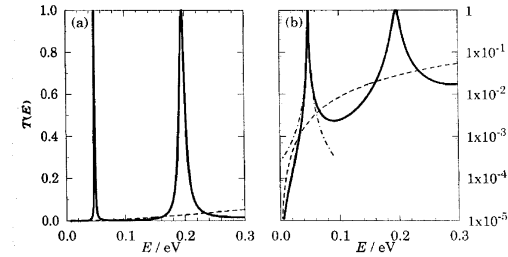


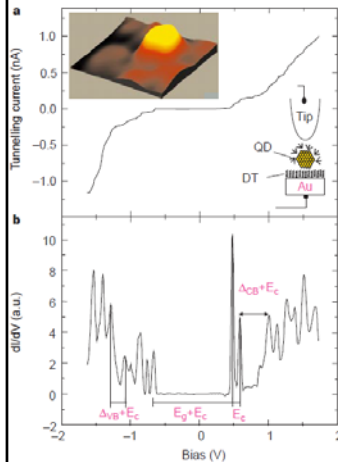
FIGURE 5.11. Transmission coefficient of a resonant-tunnelling structure on (a) linear and (b) logarithmic scales. The barriers are δ -functions of strength $0.3 \text{ eV} \times 5 \text{ nm}$ separated by 10 nm . The solid curve is $T(E)$ for the whole structure, the dashed curve shows the square of $T(E)$ for a single barrier and would apply to the double-barrier structure if there were no resonance, and the chain curve is the Lorentzian approximation to the lowest resonance.

$$T \approx \frac{T_{pk}}{1 + \left(\frac{\delta\phi}{\frac{1}{2}\phi_0}\right)^2} \quad \text{profil Lorentza} \quad \phi_0 = T_L + T_R \quad T_{pk} = \frac{T_L T_R}{(1 - \sqrt{R_L R_R})^2} \approx \frac{4T_L T_R}{(T_L + T_R)^2}$$

2013-02-27

38

Tunelowanie



letters to nature

Identification of atomic-like electronic states in indium arsenide nanocrystal quantum dots

Uri Banin^{*}, YunWei Cao^{*}, David Katz[†] & Oded Millo[†]

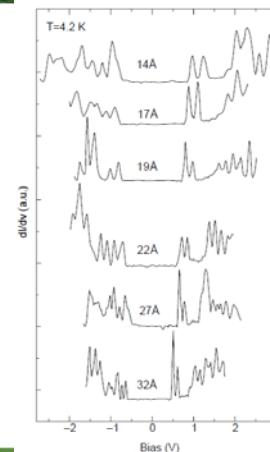
^{*} Department of Physical Chemistry and the Farkas Center for Light Induced Processes, [†] Raulsh Institute of Physics, The Hebrew University, Jerusalem 91904, Israel

Figure 1 Scanning tunneling microscopy and spectroscopy of a single InAs nanocrystal 32 \AA in radius, acquired at 4.2 K . The nanocrystal quantum dots (QD) are linked to the gold substrate by hexane dithiol molecules (DT), as shown schematically in the right inset. Left inset, a $10 \times 10 \text{ nm}$ STM topographic image, showing the nanocrystal. For measuring the I - V characteristics, the STM tip was positioned above the QD, thus realizing a double-barrier tunnel junction configuration. **a**, The tunnelling I - V characteristic, exhibiting single-electron tunnelling effects. **b**, The tunnelling conductance spectrum, dI/dV versus V , obtained by numerical differentiation of the I - V curve (a.u., arbitrary units). The arrows depict the main energy separations: E_g is the single-electron charging energy, E_c is the nanocrystal bandgap, and Δ_{val} and Δ_{cb} are the spacing between levels in the valence and conduction bands, respectively.

2013-02-27

39

Tunelowanie



letters to nature

Identification of atomic-like electronic states in indium arsenide nanocrystal quantum dots

Uri Banin^{*}, YunWei Cao^{*}, David Katz[†] & Oded Millo[†]

^{*} Department of Physical Chemistry and the Farkas Center for Light Induced Processes, [†] Raulsh Institute of Physics, The Hebrew University, Jerusalem 91904, Israel

Figure 2 Size evolution of representative tunnelling dI/dV versus V characteristics, displaced vertically. The position of the centre of the observed zero-current gap showed non-systematic variations with respect to zero bias, of the order of 0.2 eV , probably due to variations of local offset potentials. For clarity of presentation, we offset the spectra along the V direction to situate the centres of the observed zero-current gaps at zero bias. The nanocrystal radii are denoted in the figure. The range of displayed voltage for each curve reflects the experimental saturation limit of the detected current.

2013-02-27

40