

Techniki Jądrowe w Diagnostyce i Terapii Medycznej

Wykład 4, 29 marca 2022

Zygmunt Szefliński
Środowiskowe Laboratorium Ciężkich Jonów
szef@fuw.edu.pl
<http://www.fuw.edu.pl/~szef/>

Rozpady sekwencyjne



$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2$$

Rozwiązania:

$$N_1 = N_{01} e^{-\lambda_1 t}$$

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{01} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) + N_{02} e^{-\lambda_2 t}$$

$$N_3 = N_{01} \left(1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t} - \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} \right) + N_{02} (1 - e^{-\lambda_2 t}) + N_{03}$$

Rozpady sekwencyjne

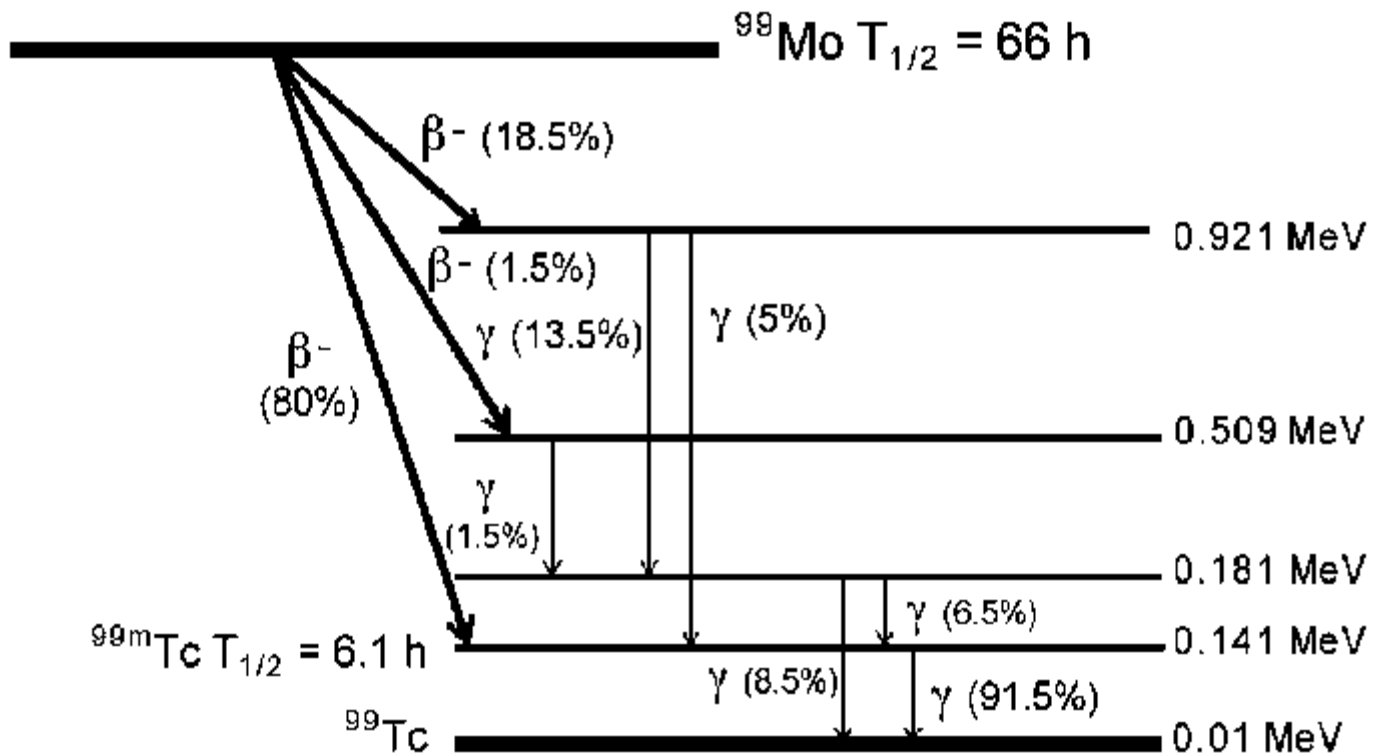
Bardzo często mamy do czynienia z przypadkiem, gdy na początku mamy tylko jądra N_1 . Wtedy $N_{02} = 0$ i $N_{03} = 0$, a rozwiązania opisujące liczby jąder 2 i 3 w rozpadzie sekwencyjnym są znacznie prostsze:

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{01} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}), \lambda_1 \ll \lambda_2 \Rightarrow N_2 \cong \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{01} (1 - e^{-\lambda_2 t})$$

$$N_3 = N_{01} \left(1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t} - \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} \right)$$

W przemianach sekwencyjnych często przeplatają się rozpady różnych rodzajów

Schemat rozpadu ^{99}Mo



$$T_{1/2}(^{99}\text{Mo}) = 66\text{h}$$

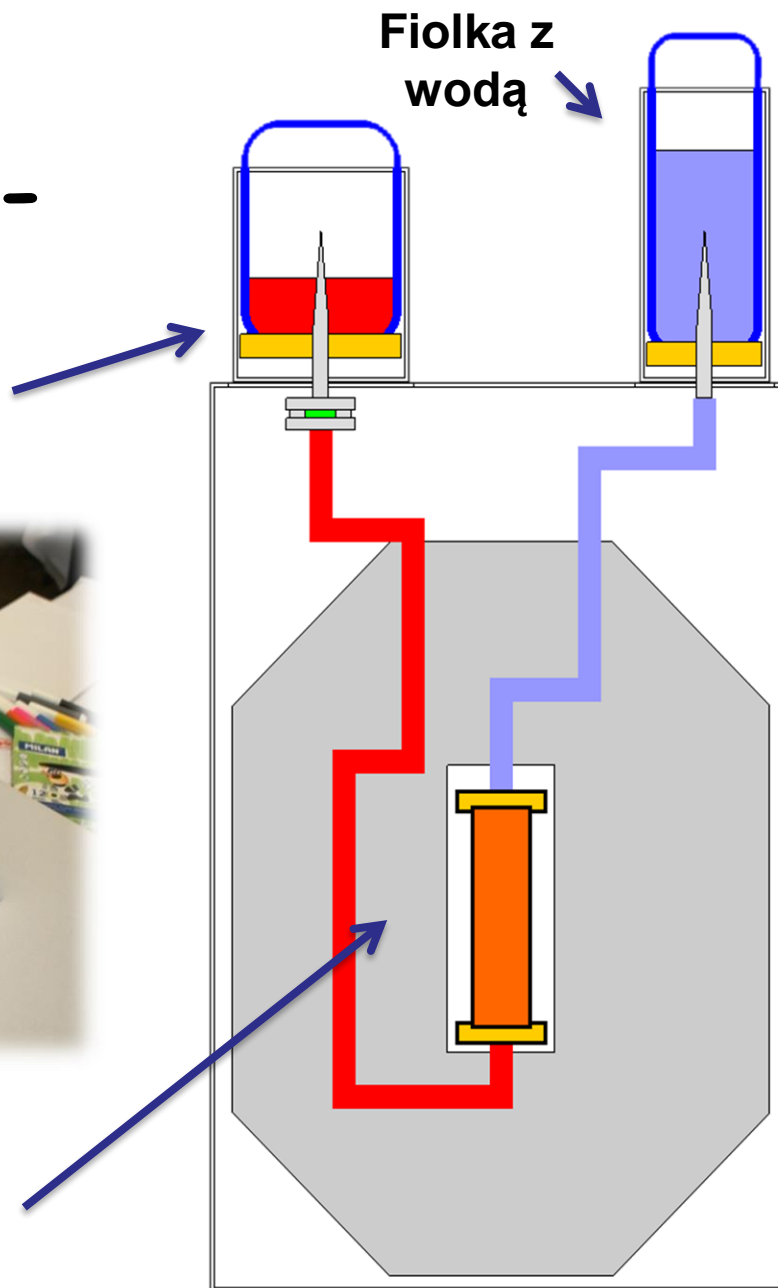
$$T_{1/2}(^{99\text{m}}\text{Tc}) = 6\text{h}$$

Generator molibdenowo - technetowy

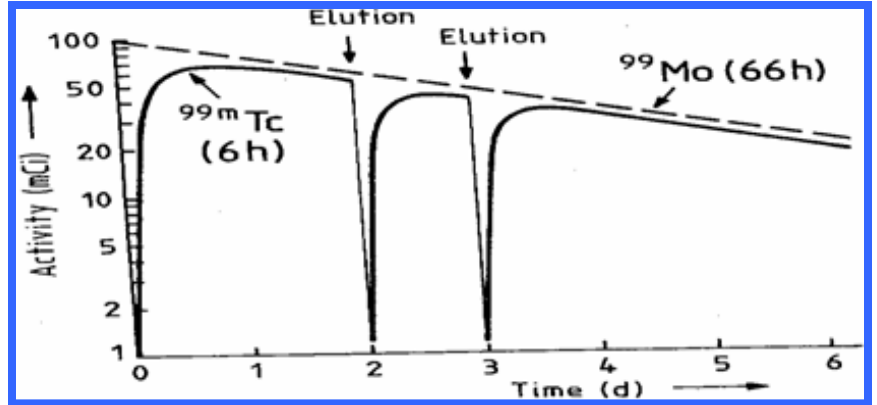
Fiolka z podciśnieniem



Kolumna z zaadsorbowanym na trójtlenku glinu (Al_2O_3) molibdenianem sodu ($\text{Na}_2^{99}\text{MoO}_4$)



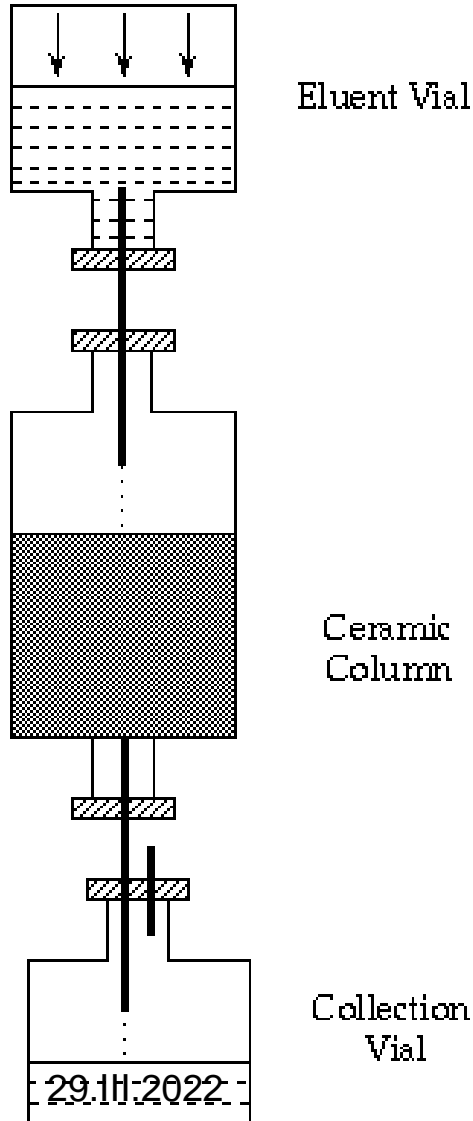
^{99m}Tc Generator



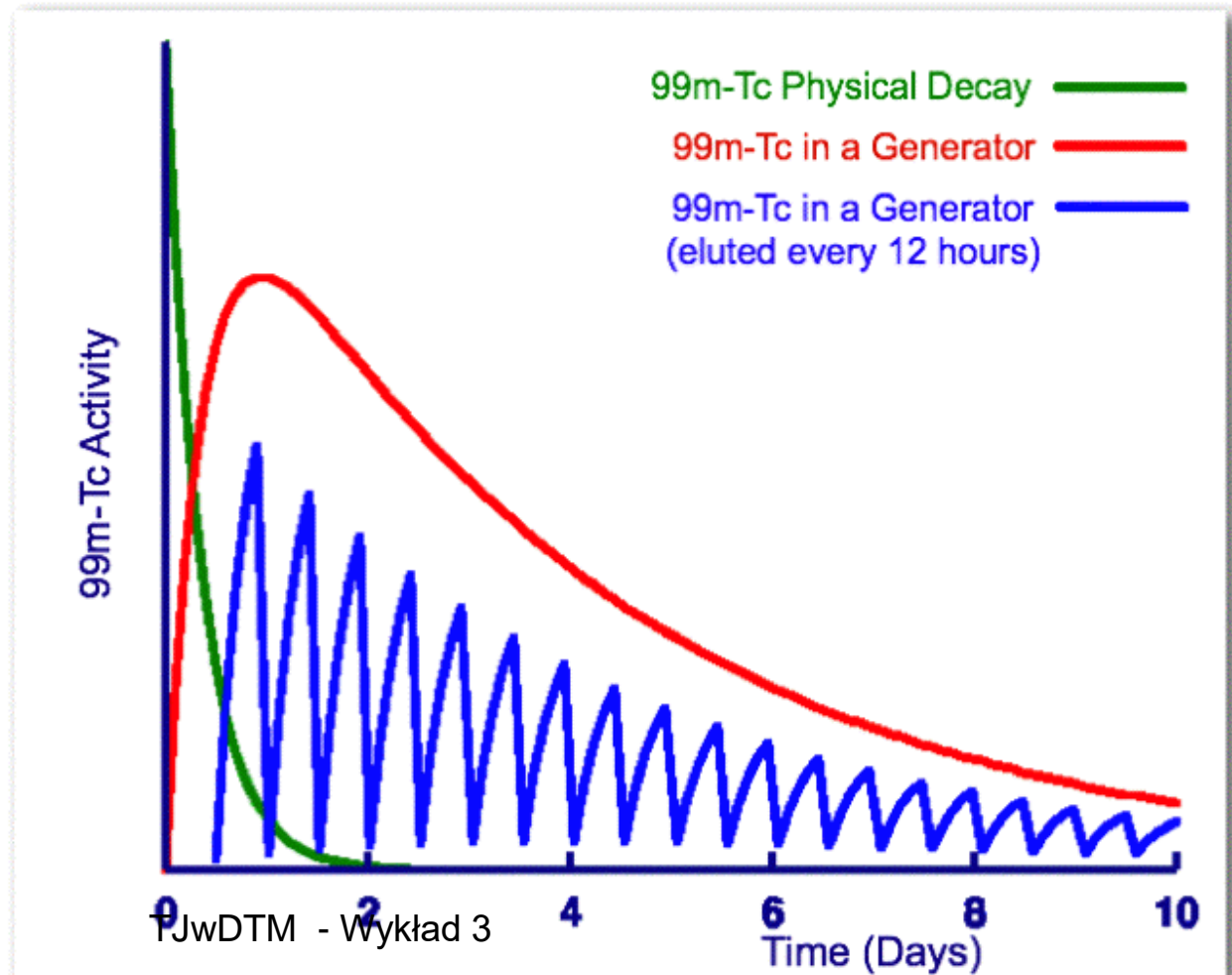
29.III.2022

TJWDTM - Wykład 3

Radiofarmaceutyki



$$N_2 \cong \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{01} (1 - e^{-\lambda_2 t})$$



Radiofarmaceutyki

Part of the Body	Example Radiotracer
Brain	^{99m}Tc -HMPAO
Thyroid (tarczycza)	$\text{Na}^{99m}\text{TcO}_4$
Lung (wentylacja)	^{133}Xe gas
Lung (uszkodzenie)	^{99m}Tc -MAA
Liver (wątroba)	^{99m}Tc -Tin Colloid
Spleen (śledziona)	^{99m}Tc -Damaged Red Blood Cells
Pancreas (trzustka)	^{75}Se -Selenomethionine
Kidneys (nerki)	^{99m}Tc -DMSA

Najszersze zastosowanie mają:

^{99m}Tc - okresie połowicznego rozpadu 6 h.

Najczęściej wykorzystywany.

^{201}Tl - półokres zaniku 73h - gromadzony w komórkach serca

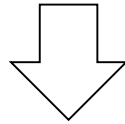
^{67}Ga - $T_{1/2}$ 3,3 dnia - zmiany zapalne

^{131}I - $T_{1/2}$ 8 dni - nowotwór,
niedoczynność tarczycy

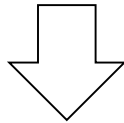
^{123}I - $T_{1/2}$ 13,1 h - niedoczynność tarczycy

Obrazowanie w medycynie nuklearnej

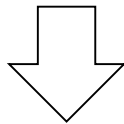
Znacznik- izotop radioaktywny, często ^{99m}Tc



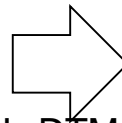
Ligand- nośnik (wektor)



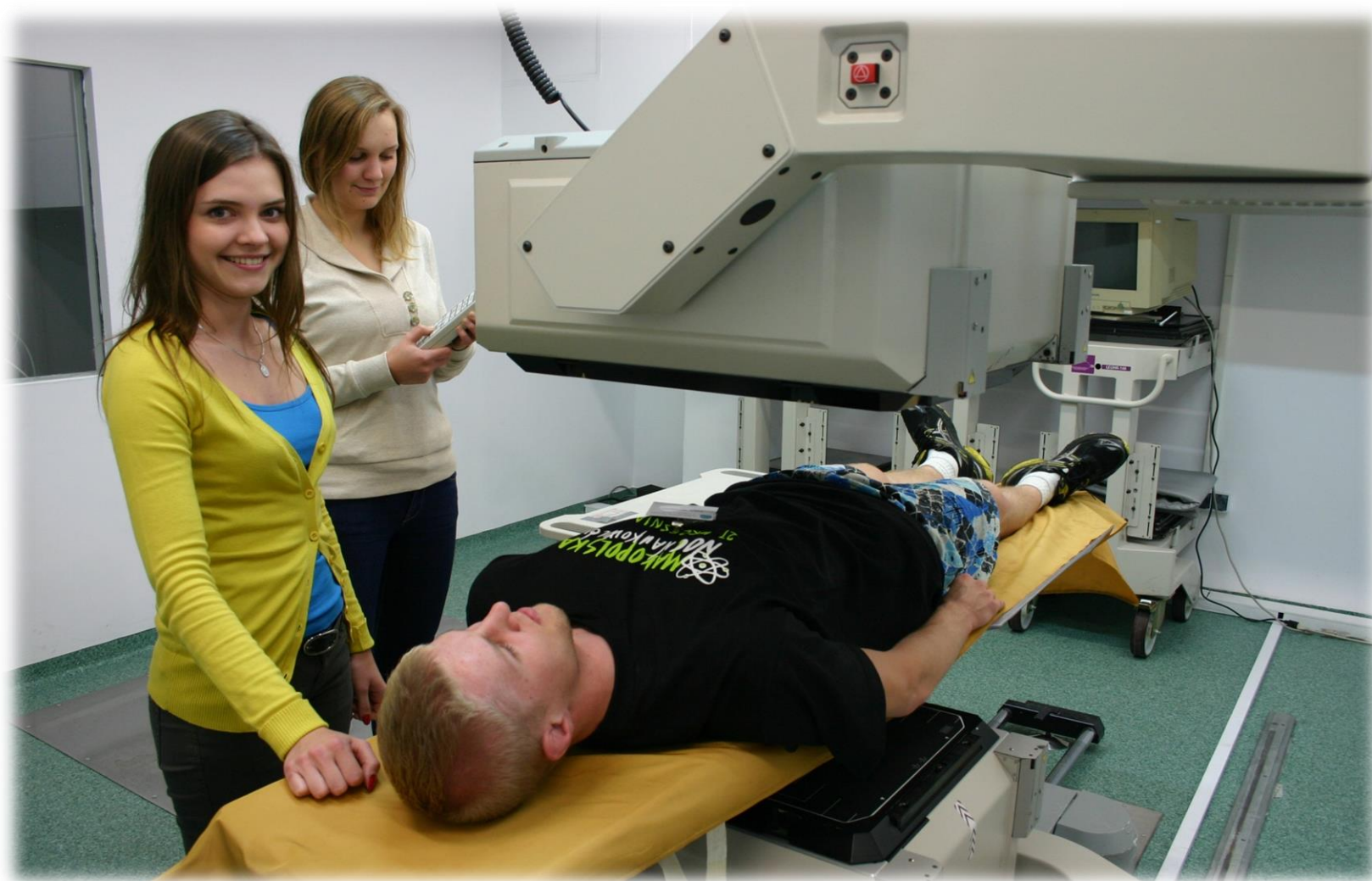
Radiofarmaceutyk
Znacznik + ligand



Gamma Kamera



GAMMA KAMERA



29.III.2022

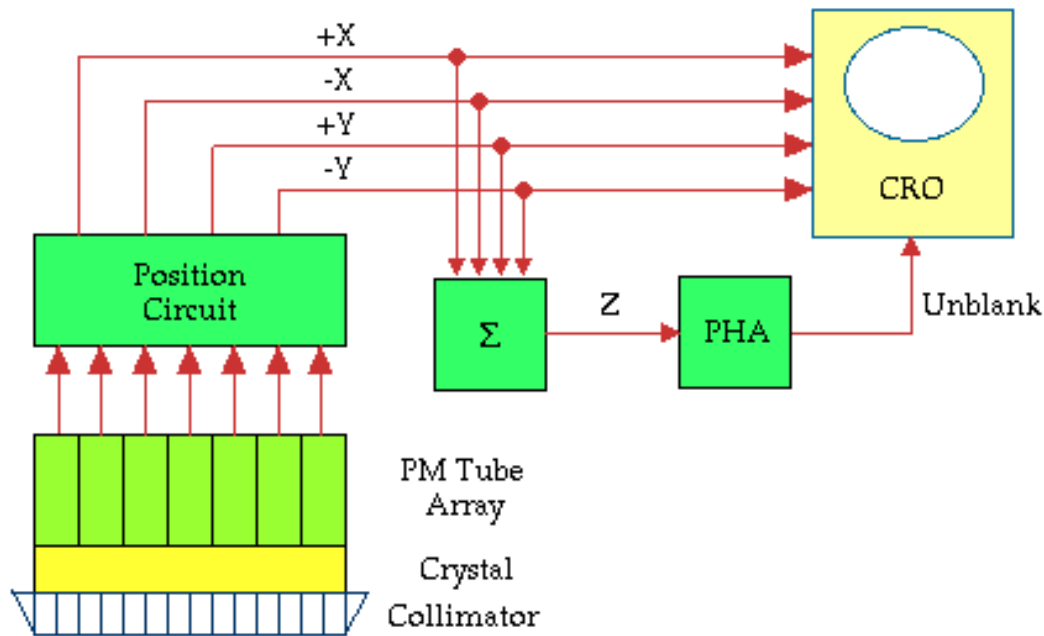
TJwDTM - Wykład 3



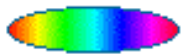
Kamera Gamma DST-XLi



Schemat blokowy Kamery Gamma

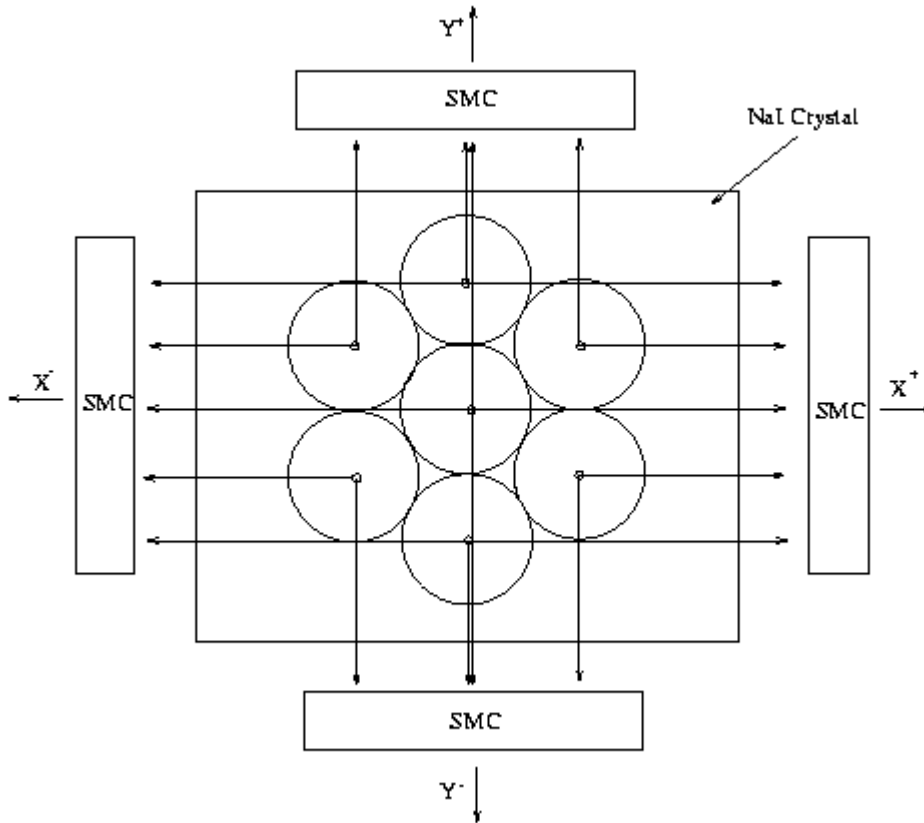


Kryształ + PM
(Głowica KG)



Organ containing
radiopharmaceutical

Jak określić współrzędne

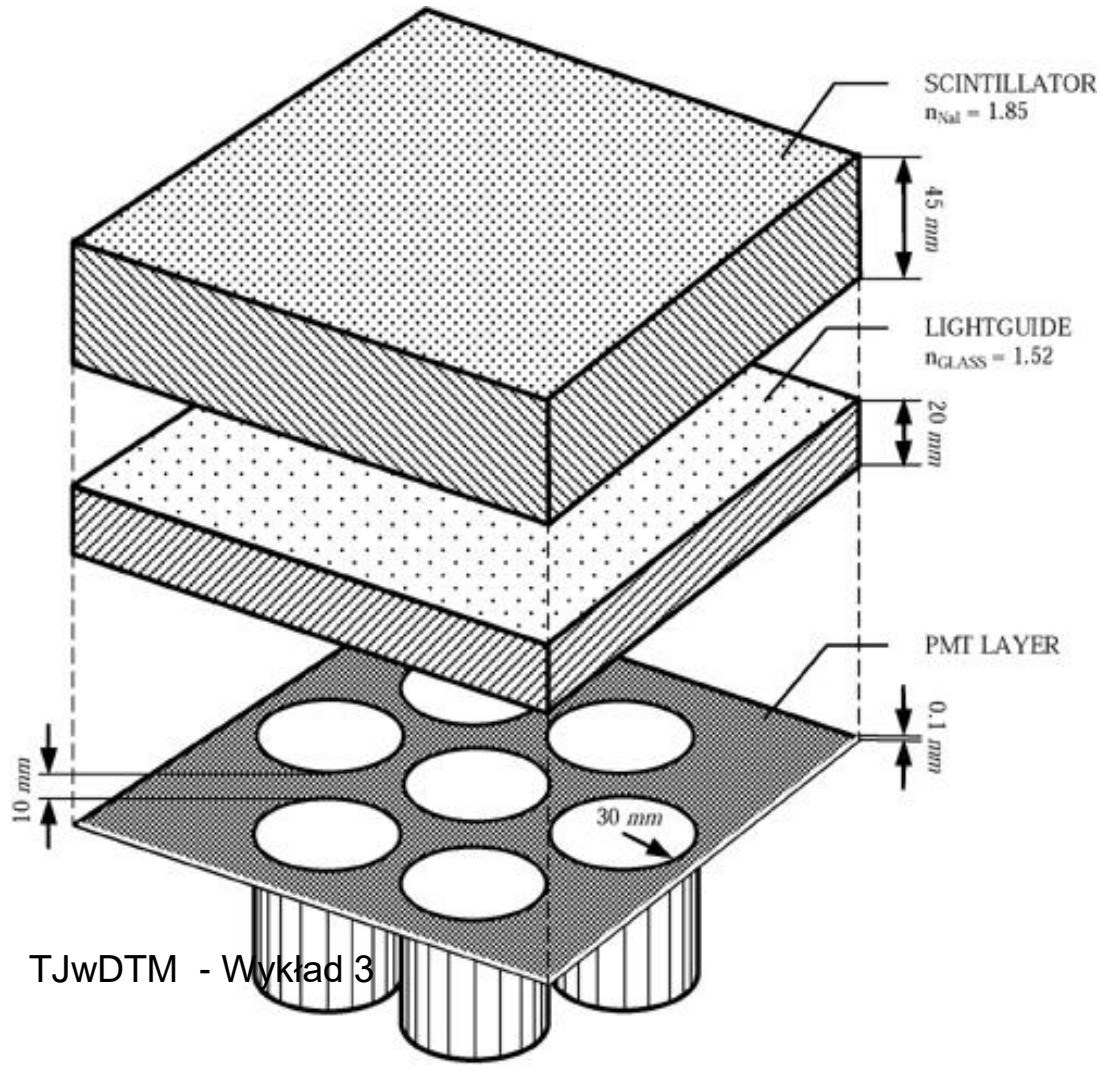


$$x = \frac{x^+ - x^-}{x^+ + x^- + y^+ + x^-}$$

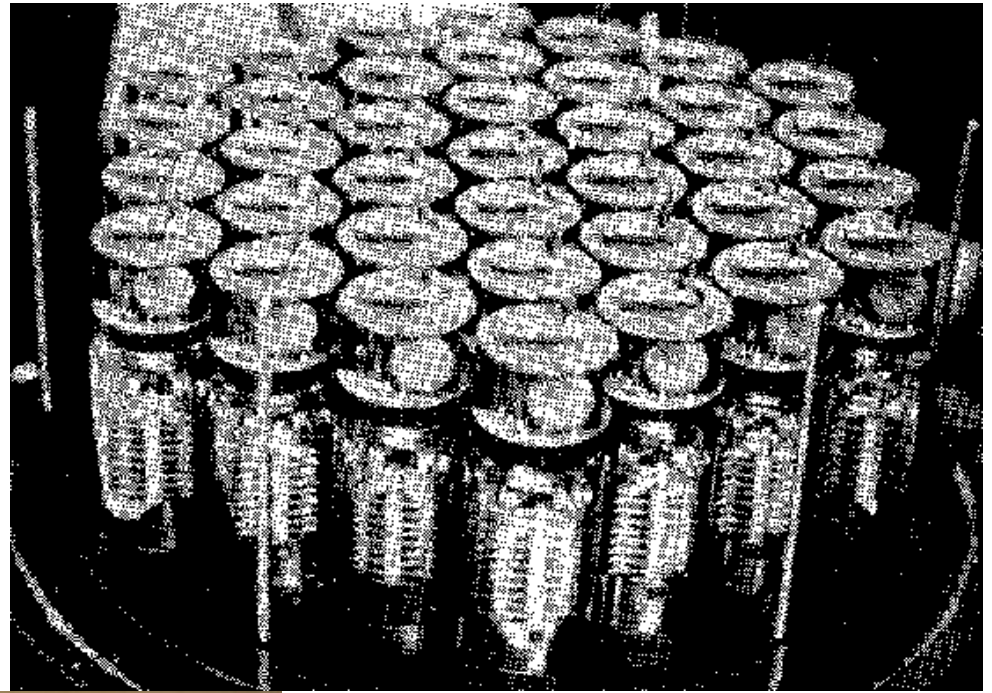
$$y = \frac{y^+ - y^-}{x^+ + x^- + y^+ + x^-}$$

Budowa kamery Gamma

Układ rejestracji promieniowania w Kamerze Gamma

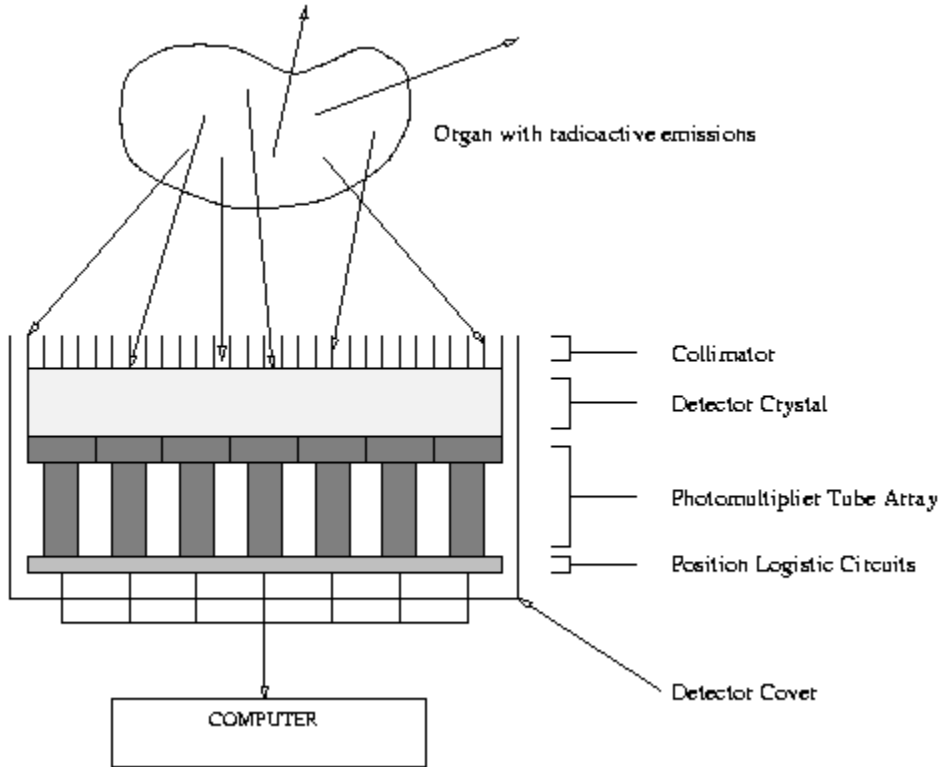


Fotopowielacze w Kamerze Gamma

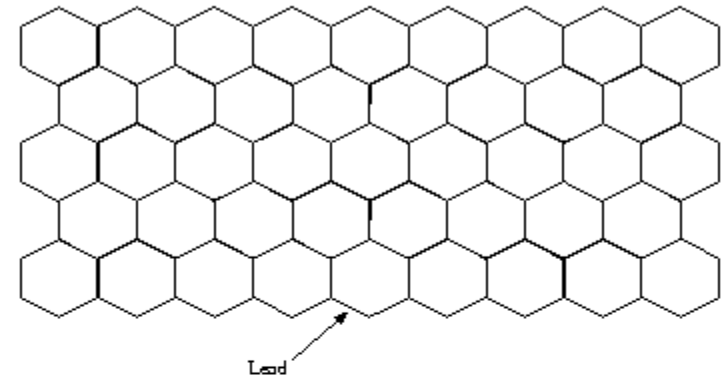


37-91 PMT

Rola kolimatora w Kamerze Gamma



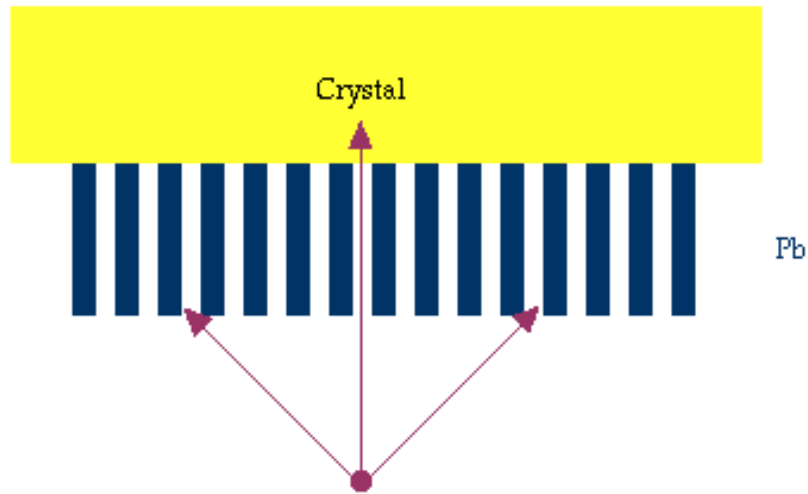
View of collimator from above:



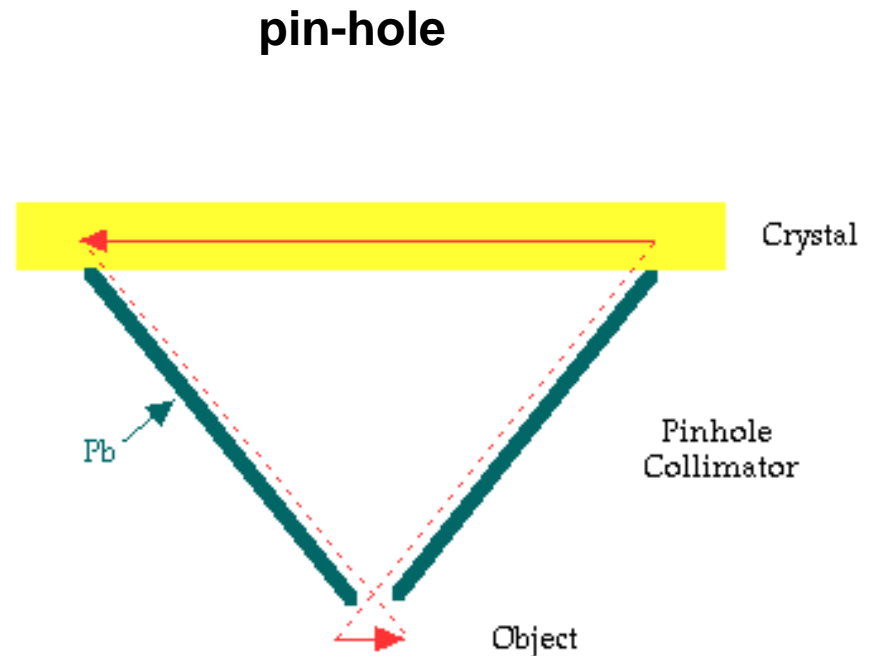
View of collimator from the side:



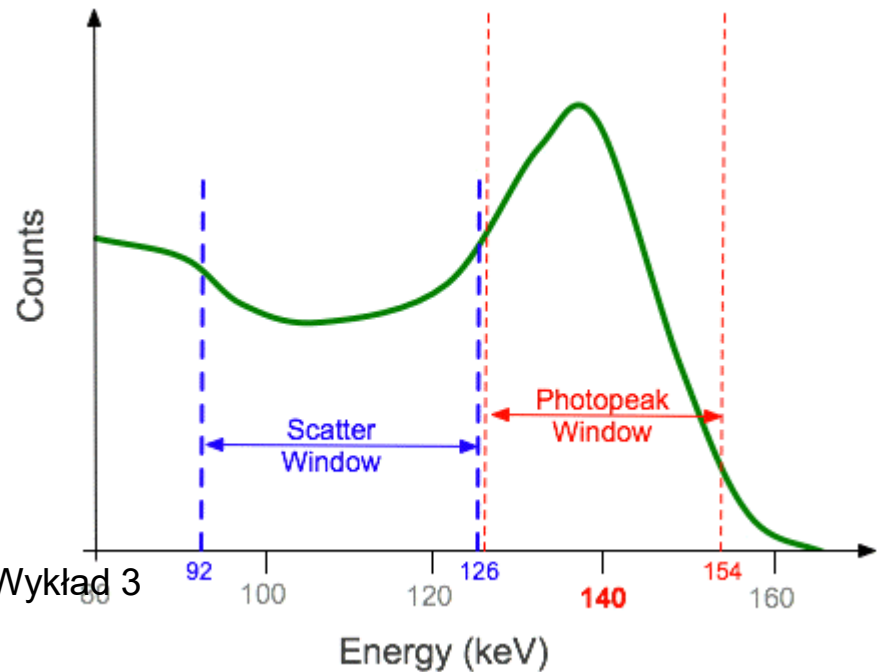
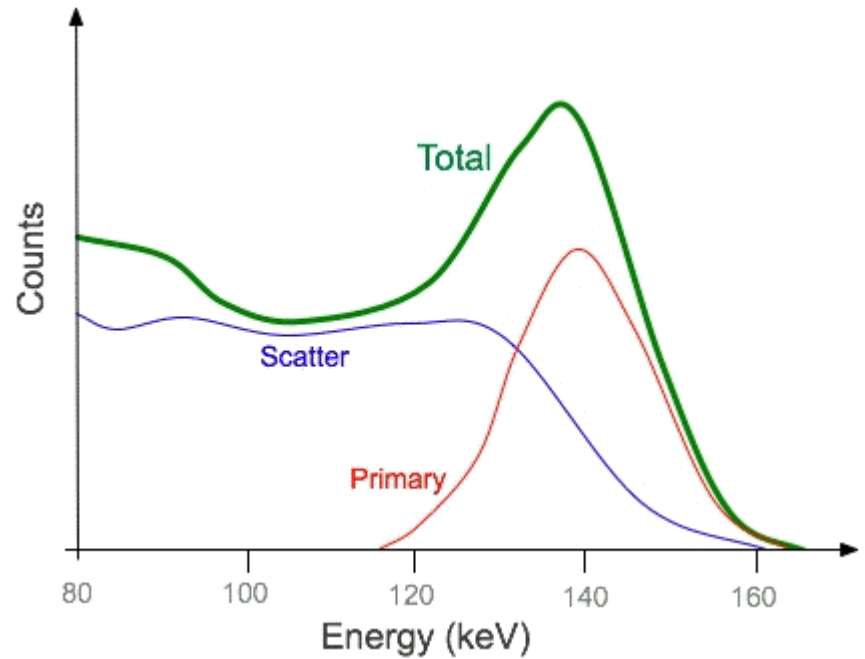
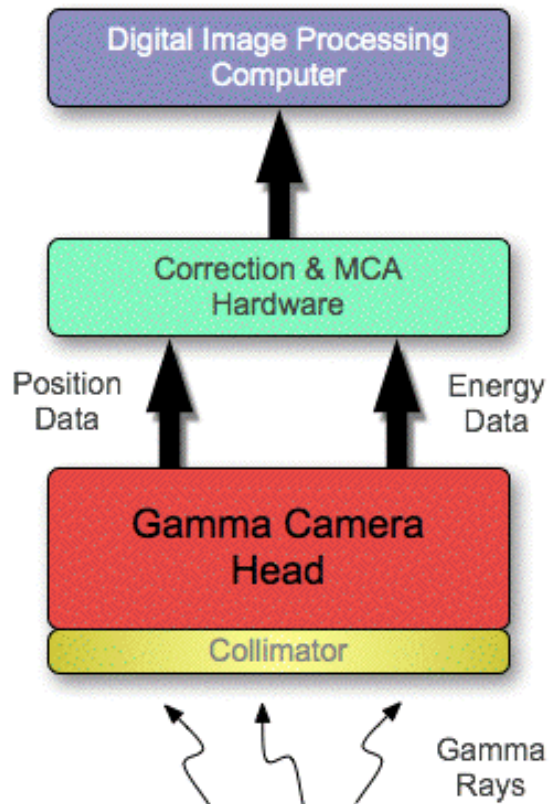
Typy kolimatorów



Parallel-hole



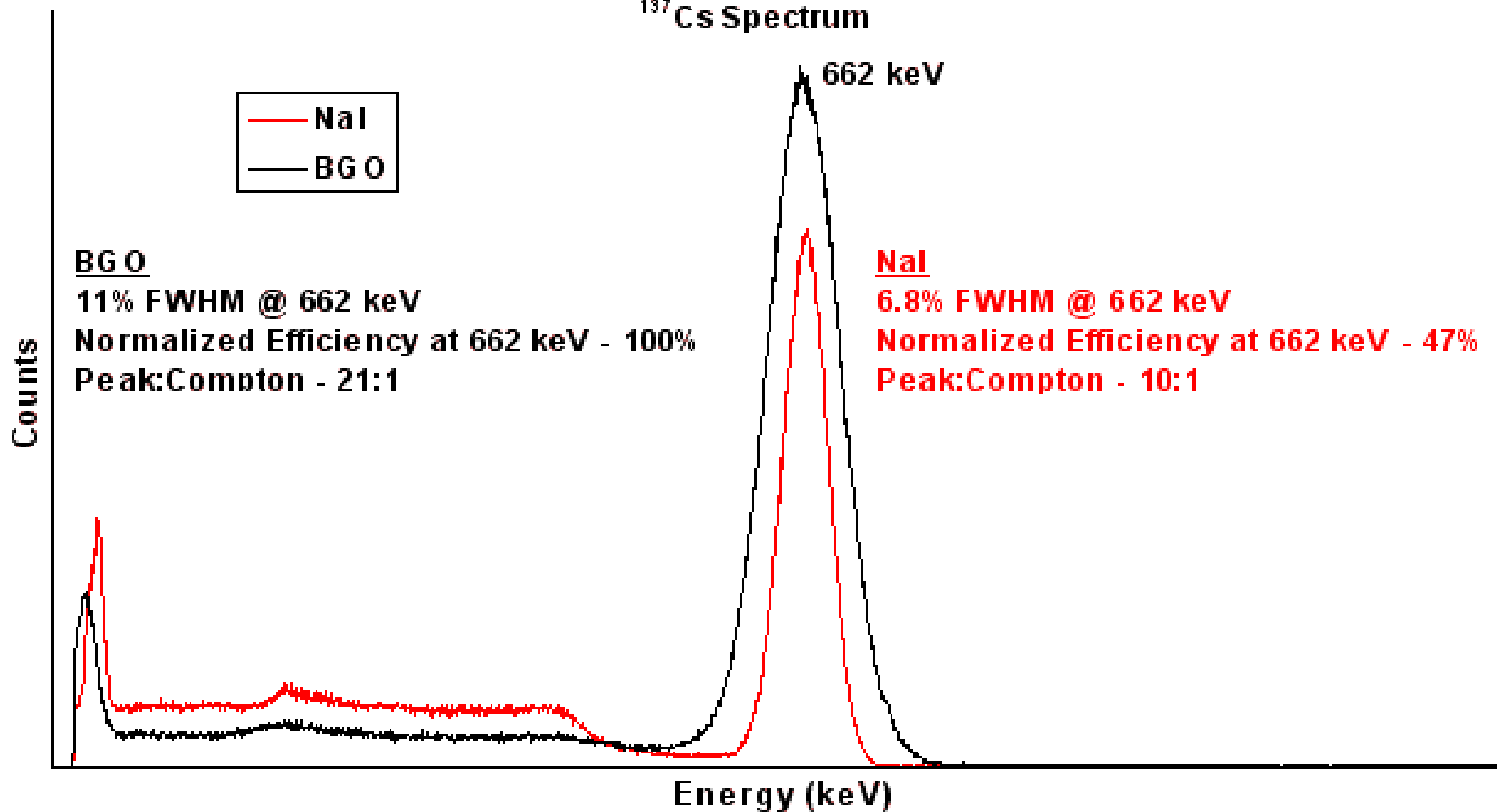
Widma



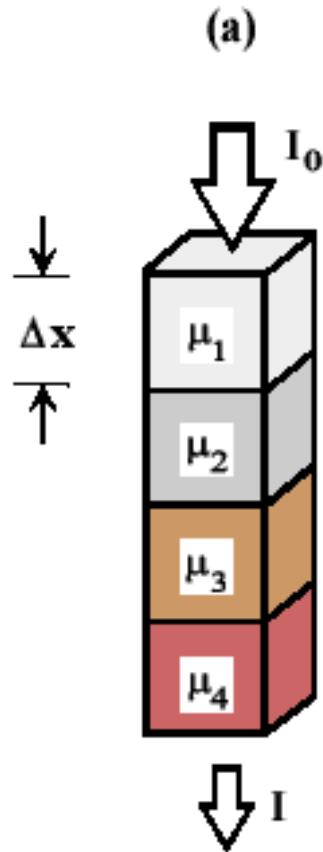
Rola detektora

Comparison of 76B76 NaI and 76B76 BGO

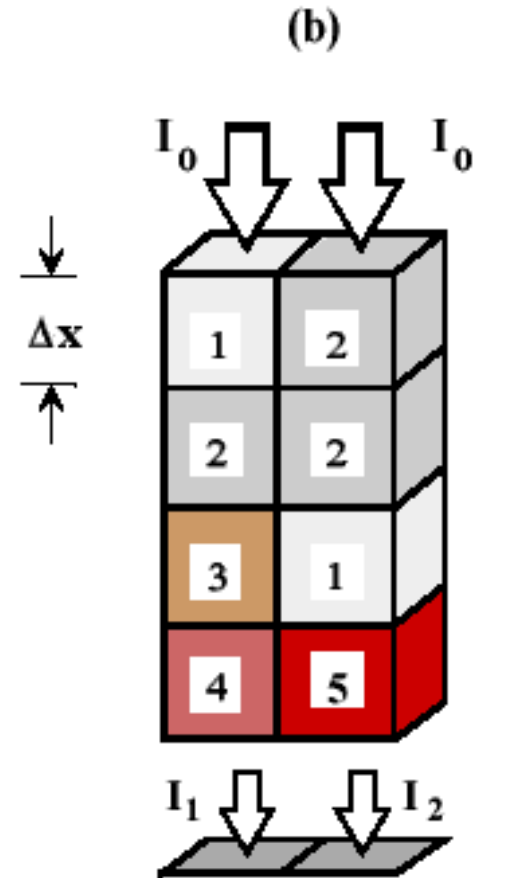
¹³⁷Cs Spectrum



Dodawanie pochłaniania/ostabienia



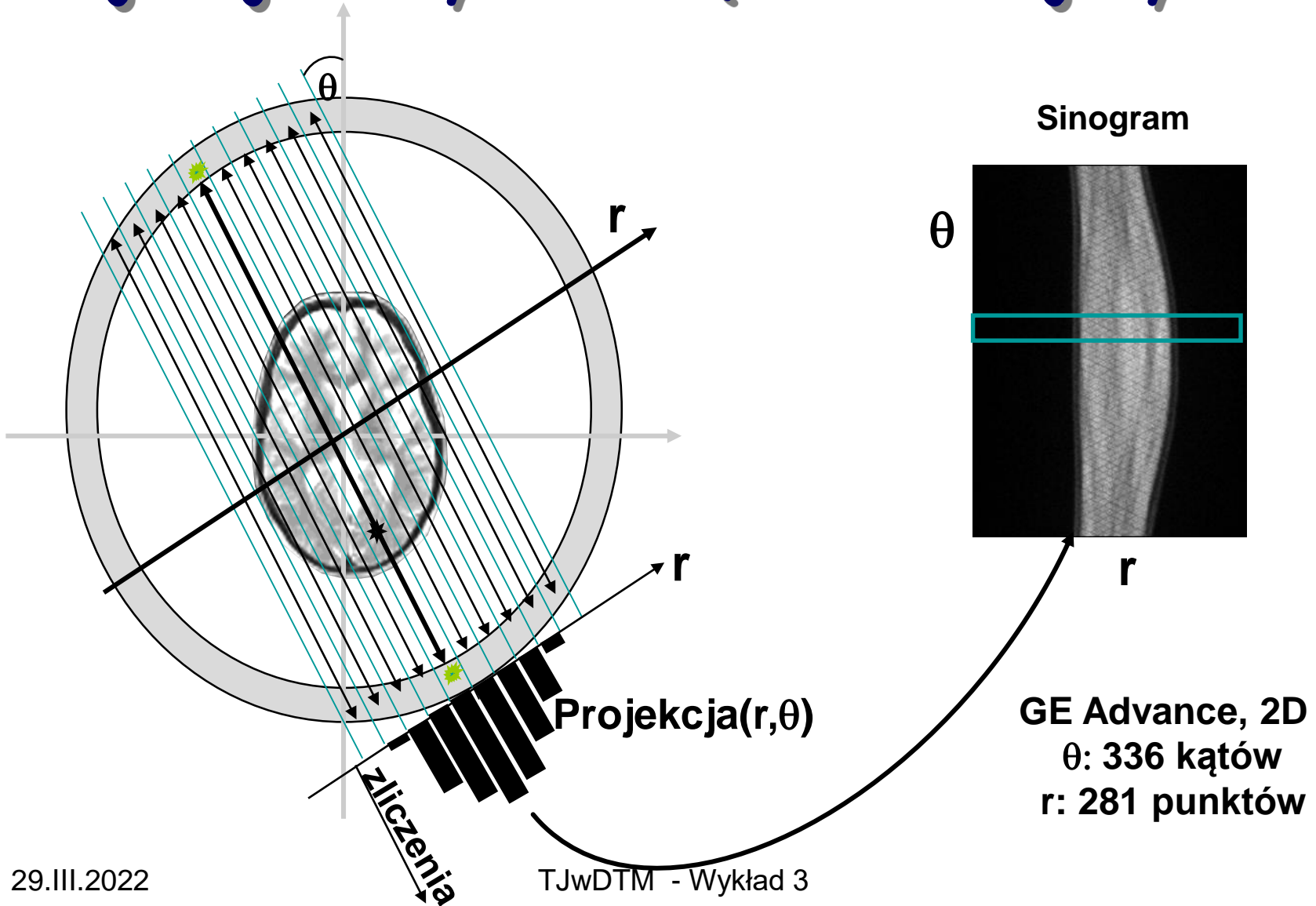
$$I = I_0 \exp(-(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4) \Delta x)$$



Equal Image Density

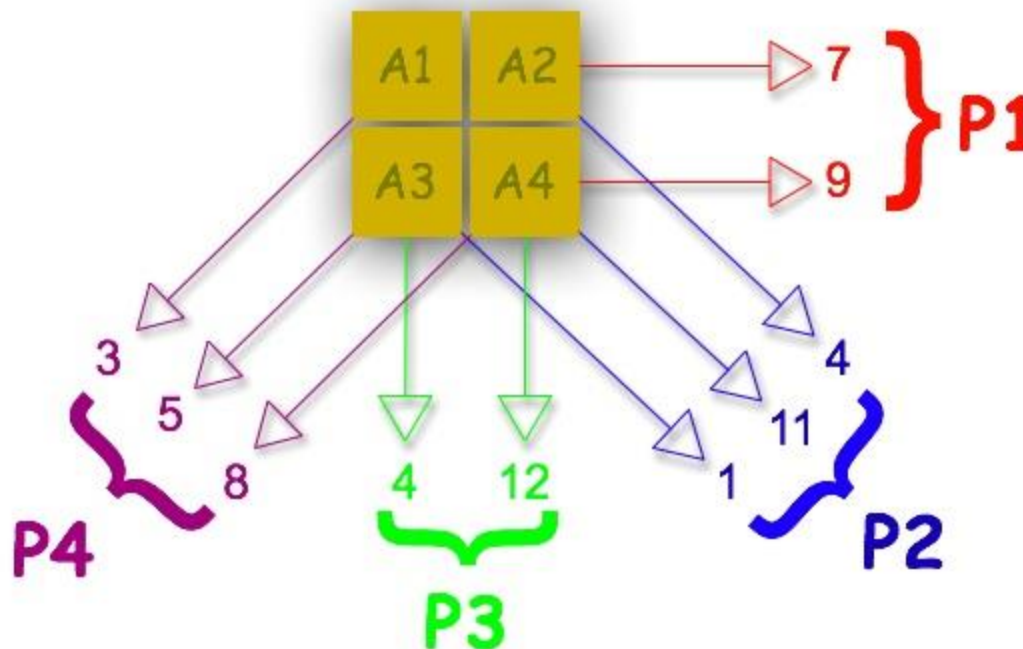
$$I_1 = I_2 = I_0 \exp(-10\Delta x)$$

Dane emisyjne: Projekcje aktywności (dr Mikołajczyk PW)



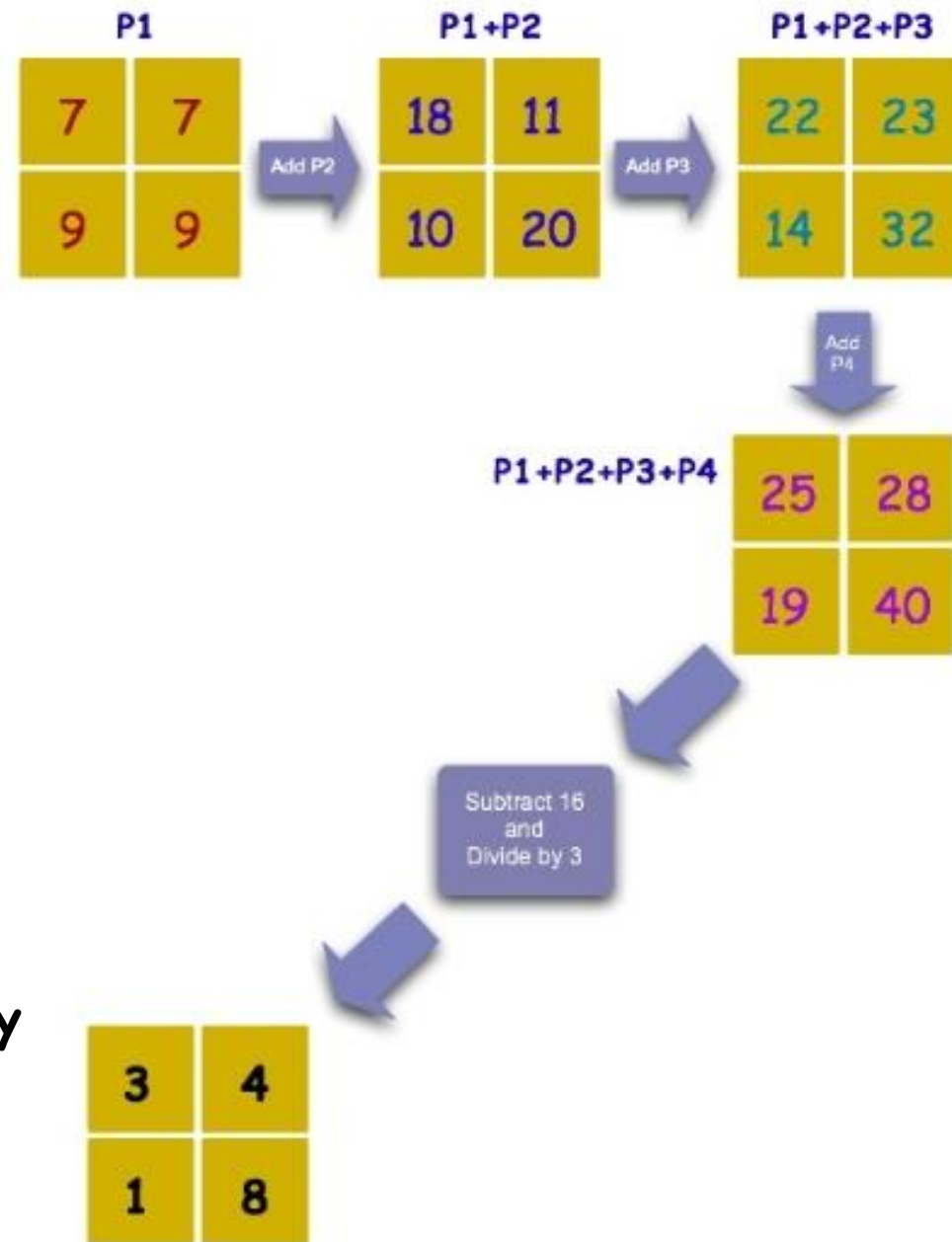
Rekonstrukcja obrazów SPECT

Założmy dla prostoty, że rejestrujemy promieniowanie z czterech voxelów o radioaktywnościach odpowiednio A1, A2, A3 i A4. PI - to odpowiednie projekcje natężeń.



Filtered Back Projection (Projekcja wsteczna)

1. Generujemy pusty zbiór (macierz)
2. Dodajemy kolejne projekcje (n - projekcji)
3. Odejmujemy sumę z pojedynczej projekcji od każdego elementu
4. Dzielimy poszczególne elementy przez n-1
5. Uzyskujemy macierz aktywności



Rekonstrukcja iteracyjna

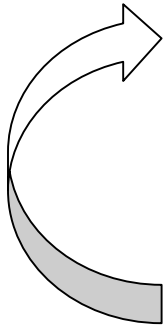
Analytic and iterative reconstruction algorithms in
SPECT

Philippe P. Bruyant

The Journal of Nuclear Medicine; 43(2002) 1343

Metoda iteracyjna

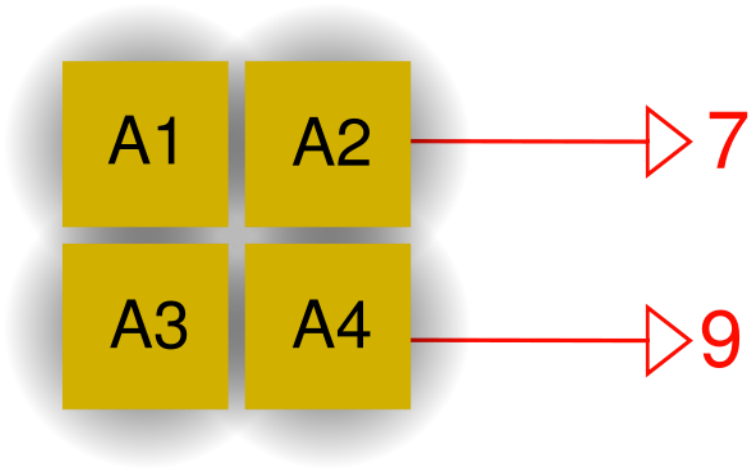
1. Zaczynamy od pustej macierzy
2. Z projekcji $P1$ dzielimy wartości pomiędzy voxele dające przyczynek do projekcji
3. Znajdujemy przybliżenie $R1$
4. Porównujemy projekcję $P2$ z $P2(R1)$ i znajdujemy różnice
5. Dodajemy różnice do $R1$ uzyskując $R2$
6. Wracamy do punktu 4 z rozwiązaniem $R2$ i projekcją $P3$
7. Pętlę 4-6 wykonujemy dla kolejnych rozwiązań i projekcji.



Projekcje P1

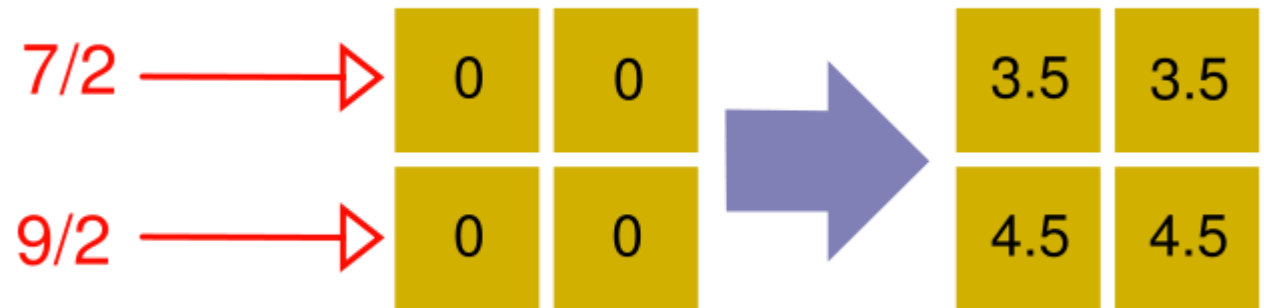
3	4
1	8

Projekcja P1



Rekonstrukcja iteracyjna!

Pierwsze przybliżenie macierzy

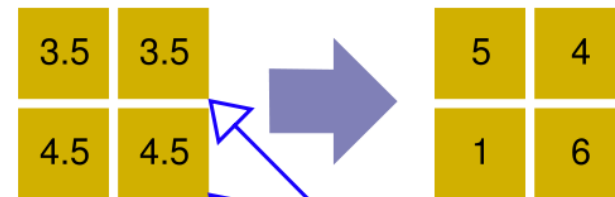
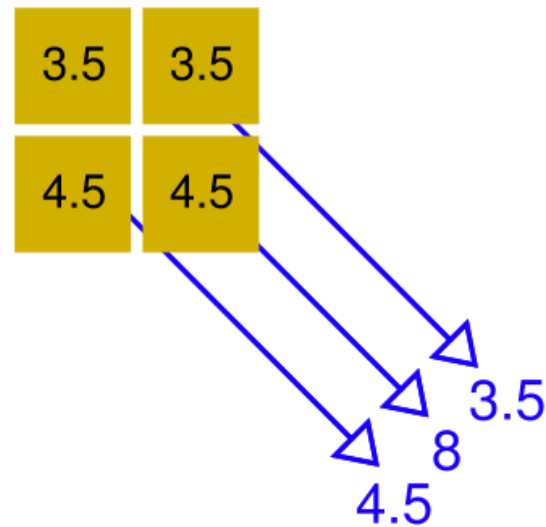
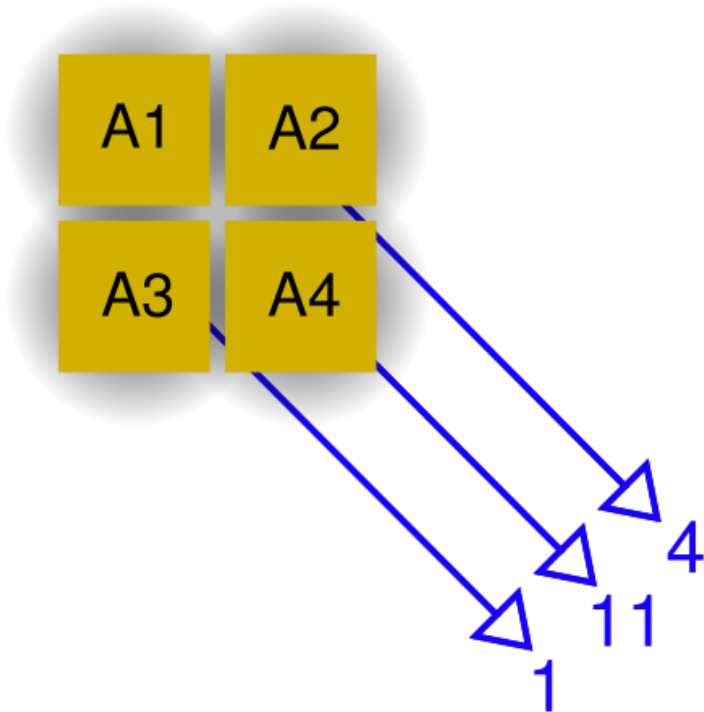


Projekcja P2

3	4
1	8

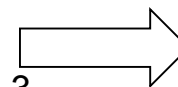
Projekcja P2

Co wynika z projekcji R1

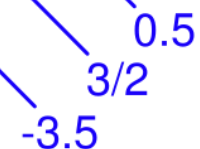


Rozw. R2

Różnice



TJwDTM - Wykład 3

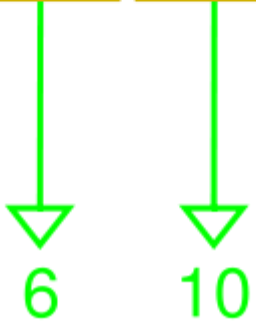


Projekcja P3

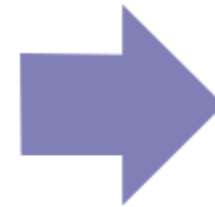
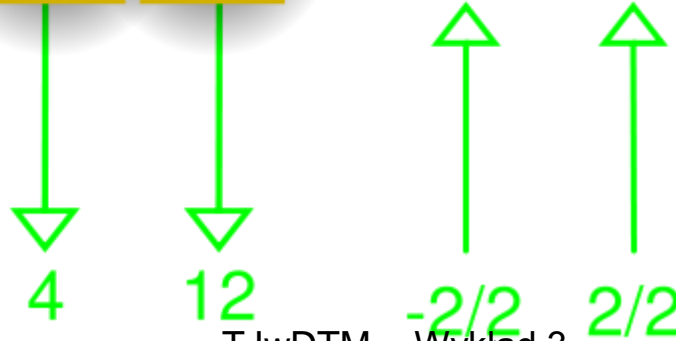
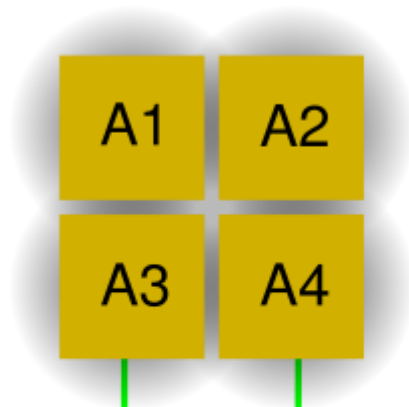
Co wynika z projekcji P3(R2)

3	4
1	8

5	4
1	6

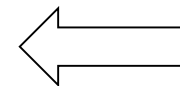


Projekcja P3



Rozw. R3

4	5
0	7



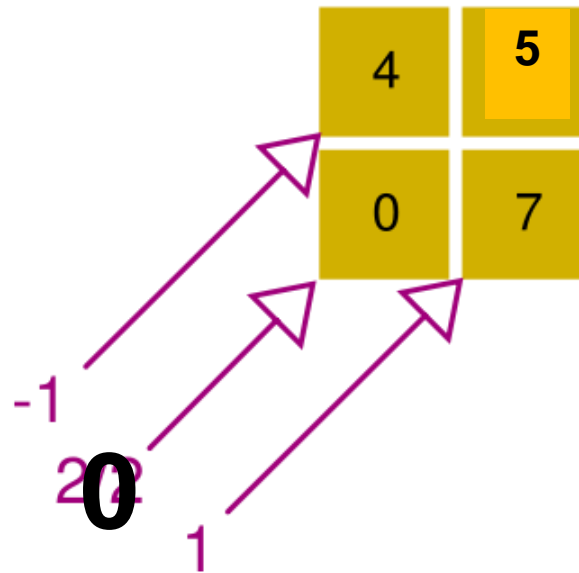
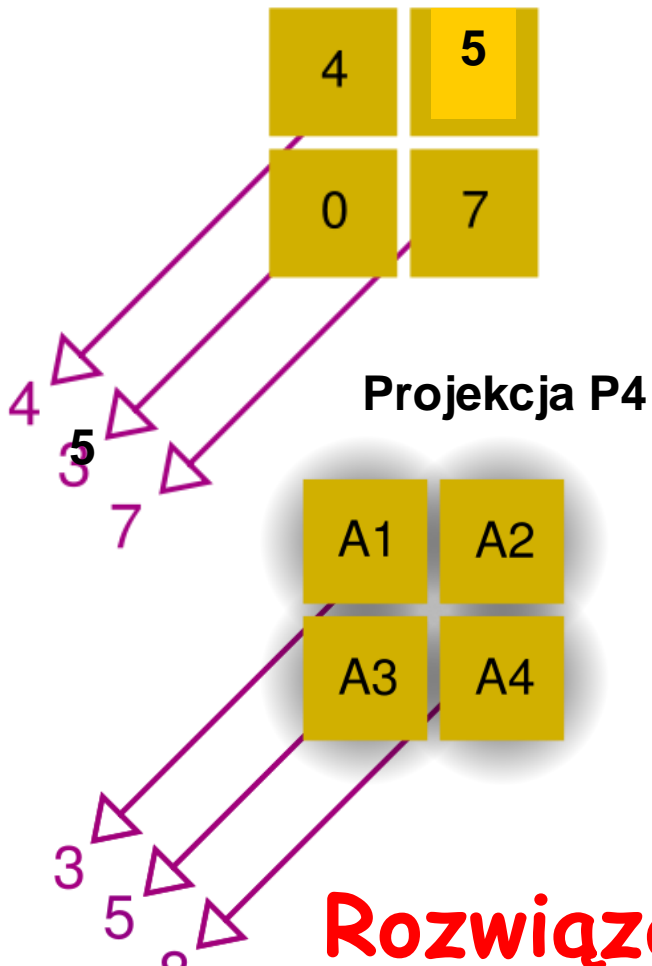
Różnice

Projekcja P4

Co wynika z projekcji P4(R3)

Co było?

3	4
1	8



Rozw. R4

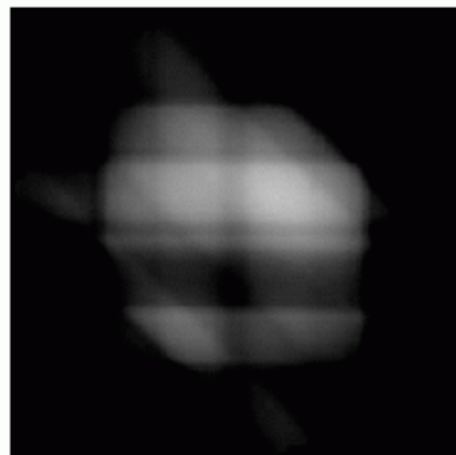
3	5
0	8

Różnice

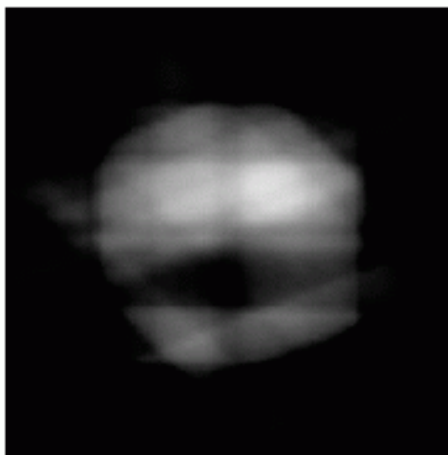
Rozwiązanie R4 jest już nieźłe !

Rekonstrukcja iteracyjna

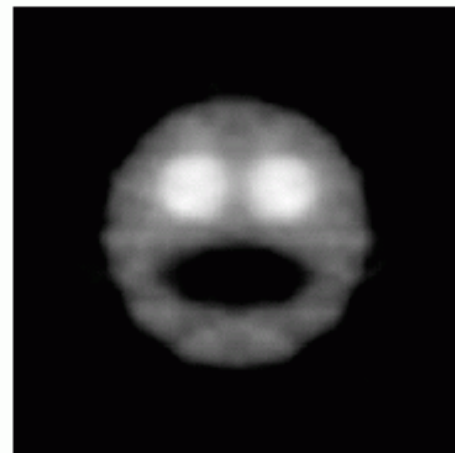
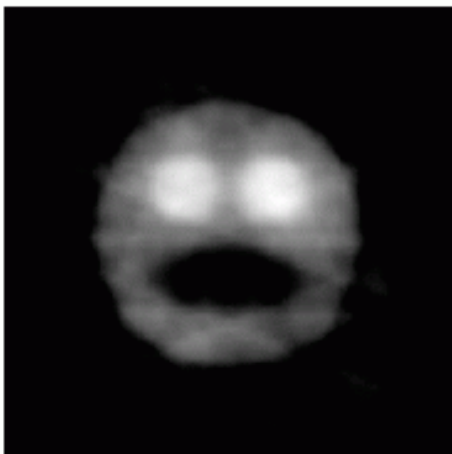
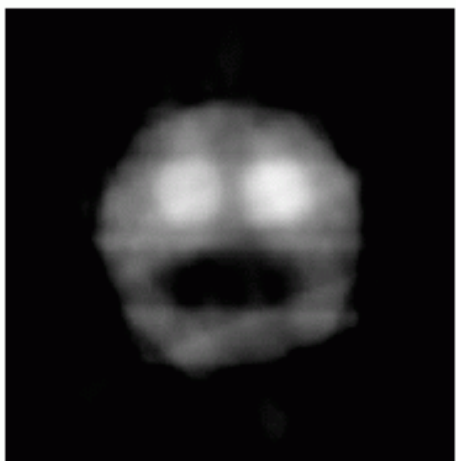
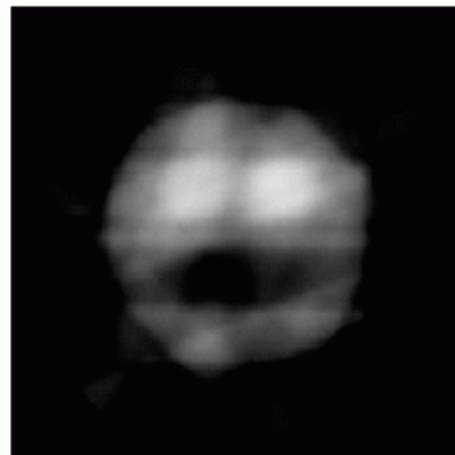
3



4



5



29.IV.2022

6



TJwDTM - Wykład 3

7

8



Obrazy z Kamery Gamma

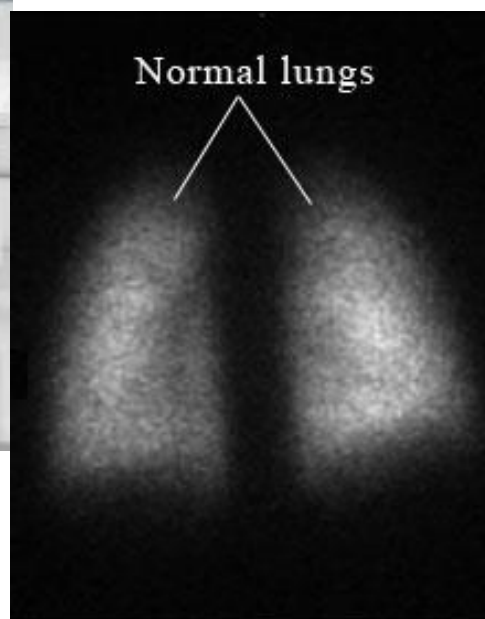


Figure 1

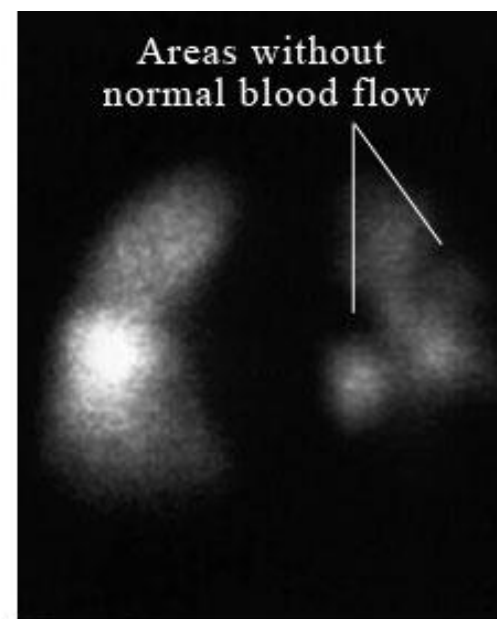
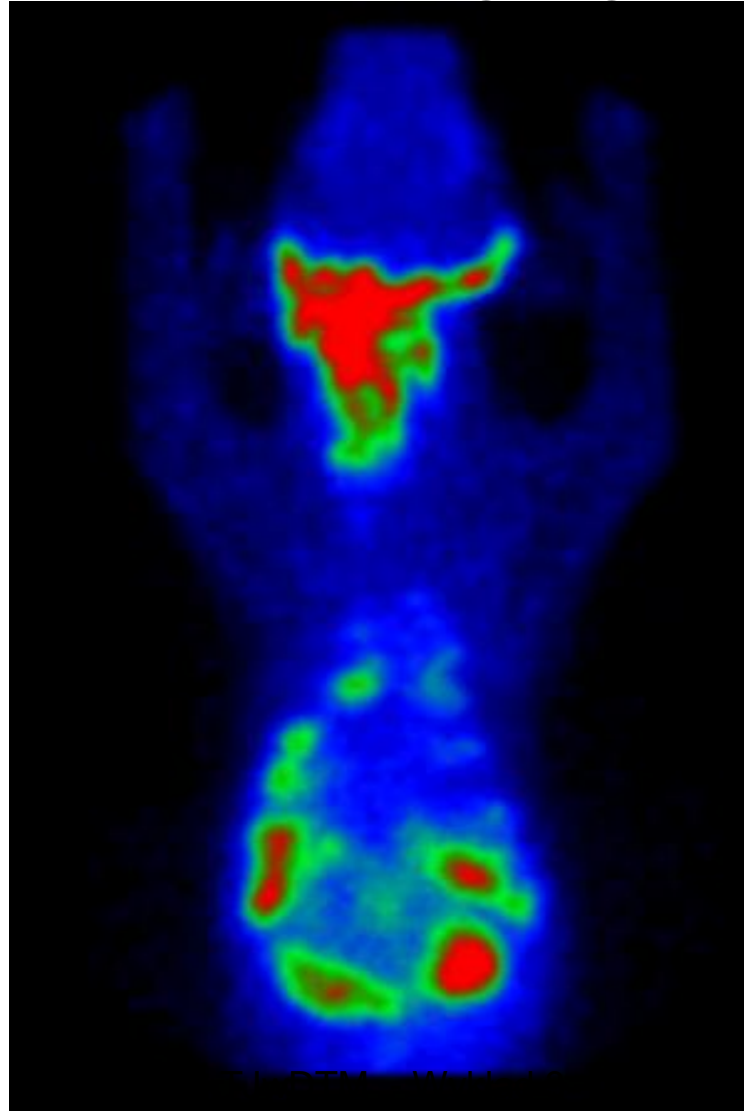


Figure 2

Nowotwór tarczycy (GK-scan)



29.III.2022

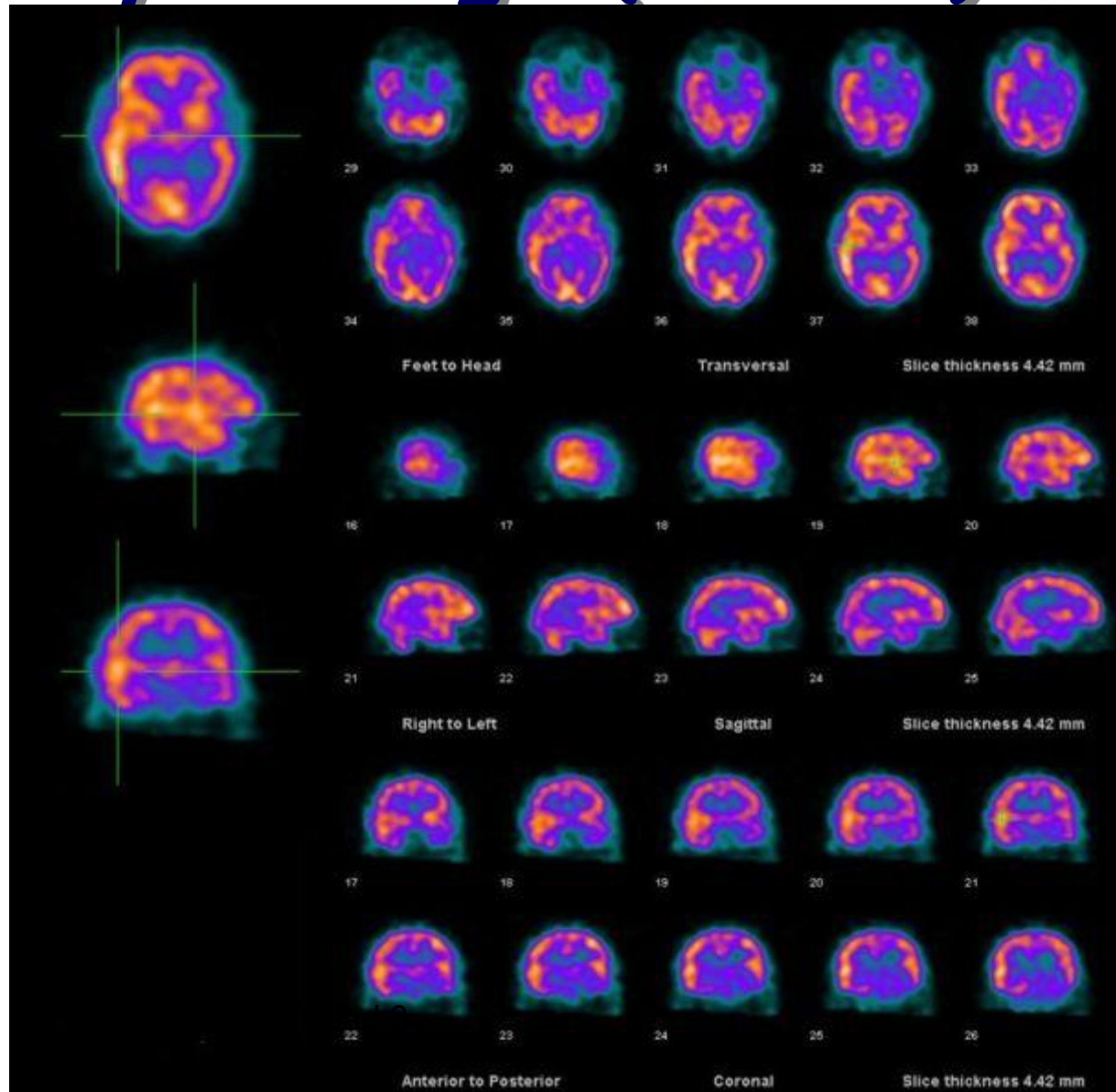
© 2011 DTM - W. H. H. H.

Skan układu kostnego (SPECT)



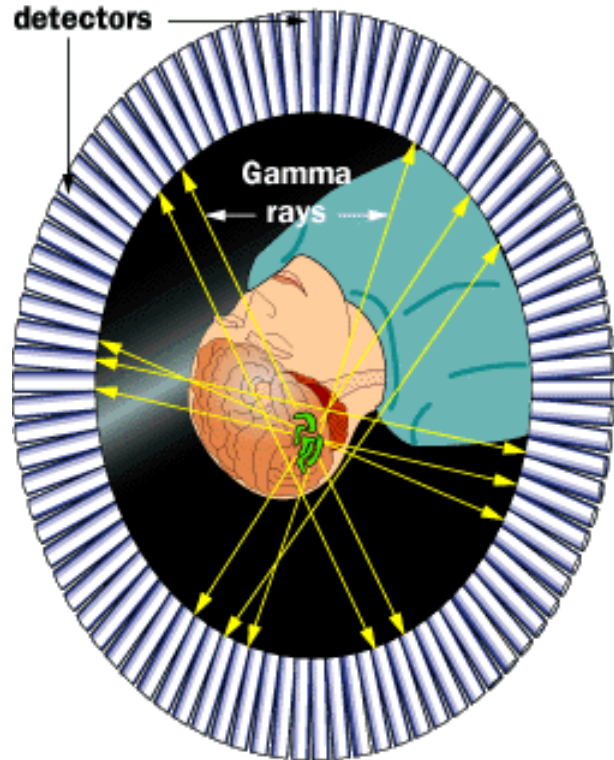
29.III.2022

Skany wątroby i mózgu (SPECT)

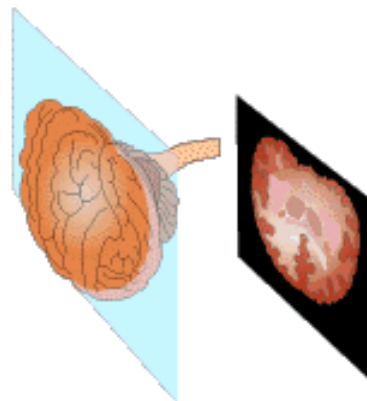


29.III.2022

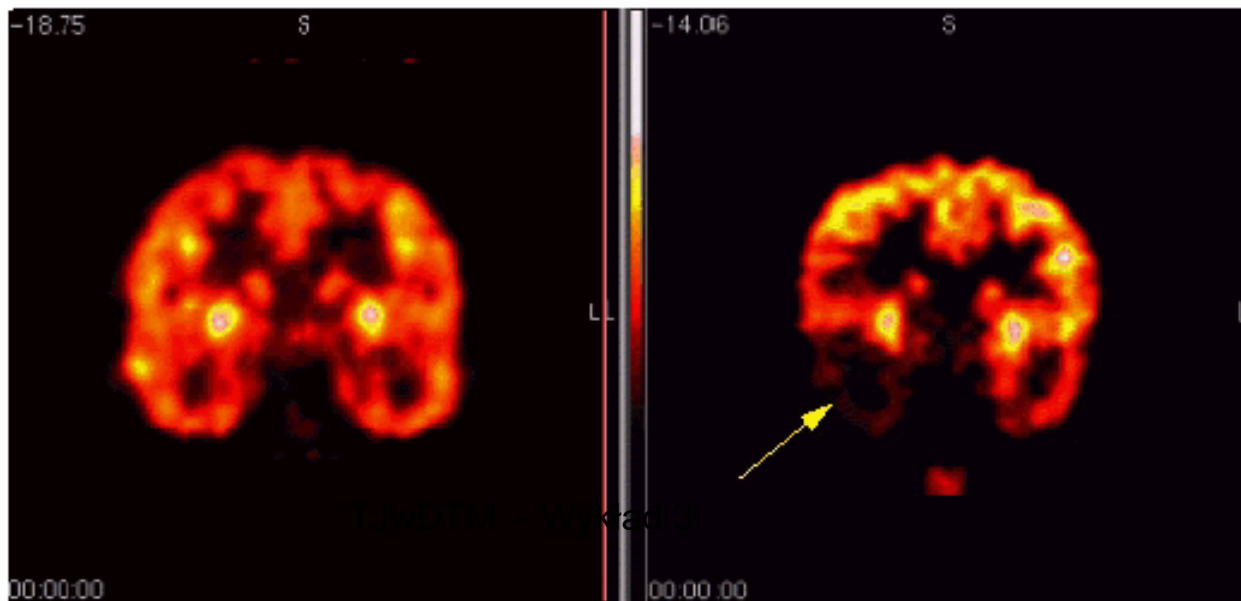
Gamma ray detectors



Jak powstaje obraz PET



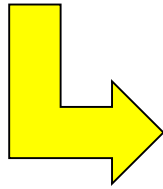
©2000 How Stuff Works



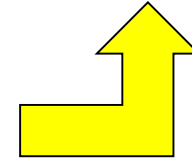
29.III.2022



(^{18}F)



$(\text{C}_6\text{O}_5\text{FH}_{11})$



29.III.2022

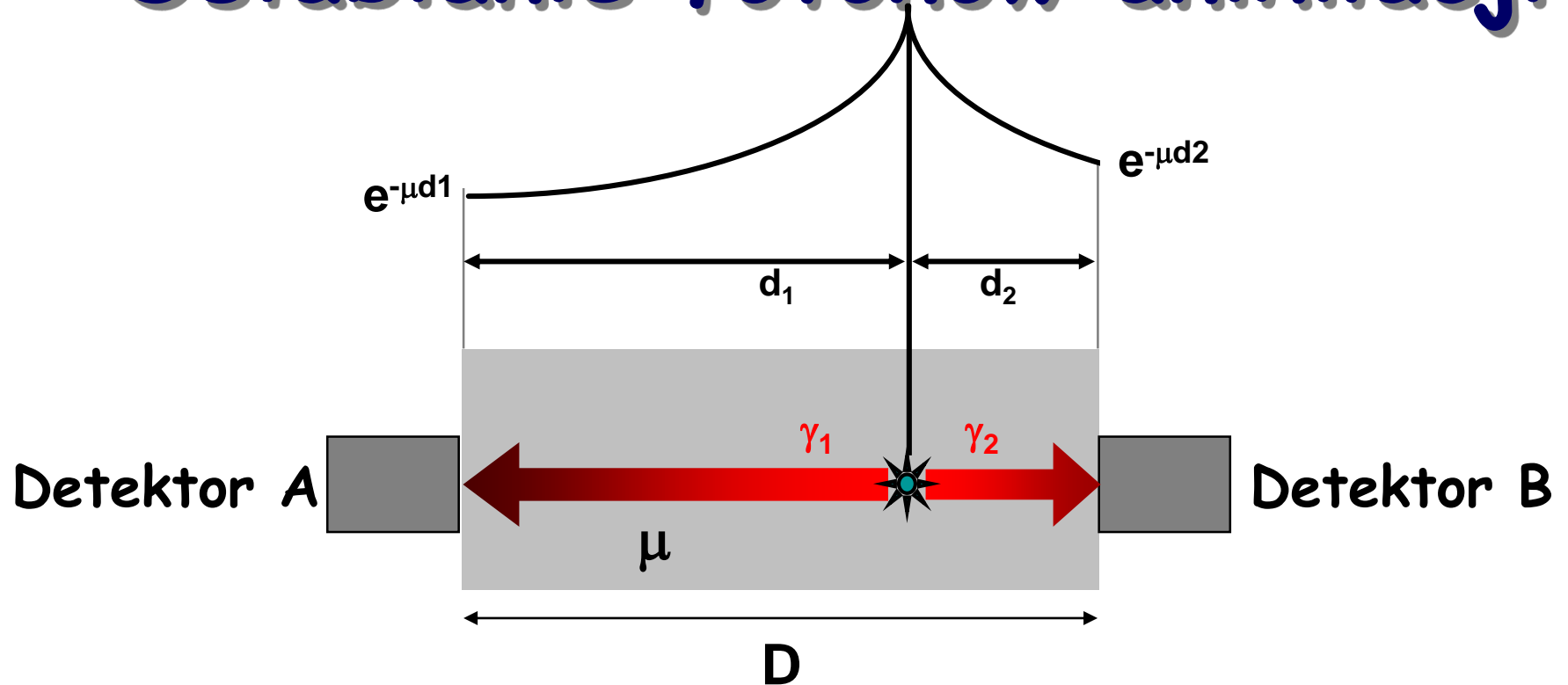
TJwDTM - Wykład 3

Izotopy dla PET

Nuklid	$T_{1/2}$ (min)	E_{\max} (MeV)	Zasięg Efektywny (mm)	Target	Reakcja jądrowa
^{18}F	109,7	0,635	1,4	^{18}O woda Ne gaz	$^{18}\text{O}(p,n)^{18}\text{F}$ $^{20}\text{Ne}(d,\alpha)^{18}\text{F}$
^{11}C	20,4	0,96	2,06	N_2 – gaz	$^{14}\text{N}(p,\alpha)^{11}\text{C}$
^{13}N	9,96	1,72	4,5	^{16}O woda	$^{16}\text{O}(p,\alpha)^{13}\text{N}$ $^{13}\text{C}(p,n)^{13}\text{N}$ $^{12}\text{C}(d,n)^{13}\text{N}$
^{15}O	2,07	1,19	3,0	N_2 – gaz	$^{14}\text{N}(d,n)^{15}\text{O}$ $^{15}\text{N}(p,n)^{15}\text{O}$

^{18}F podstawiane w miejsce grupy hydroksylowej związku

Oslabianie fotonów anihilacji



Prawdopodobieństwo detekcji fotonów $e^{-\mu d_1}$, $e^{-\mu d_2}$

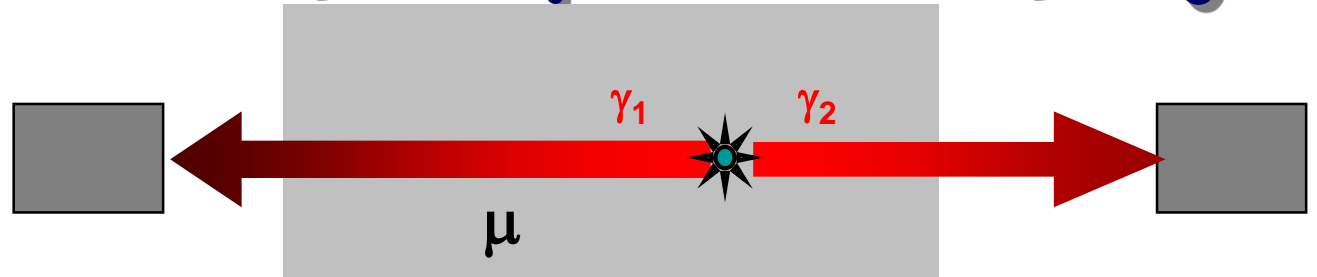
Prawdopodobieństwo detekcji koincydencji

$$e^{-\mu d_1} * e^{-\mu d_2} = e^{-\mu(d_1+d_2)} = e^{-\mu D} \text{ (Dla g\u0142owy: } \approx 0.2)$$

(Niezale\u017anie od po\u0142o\u017cenia punktu anihilacji na promieniu)

Pomiar części pochłoniętej

Skan emisyjny



Skan transmisyjny



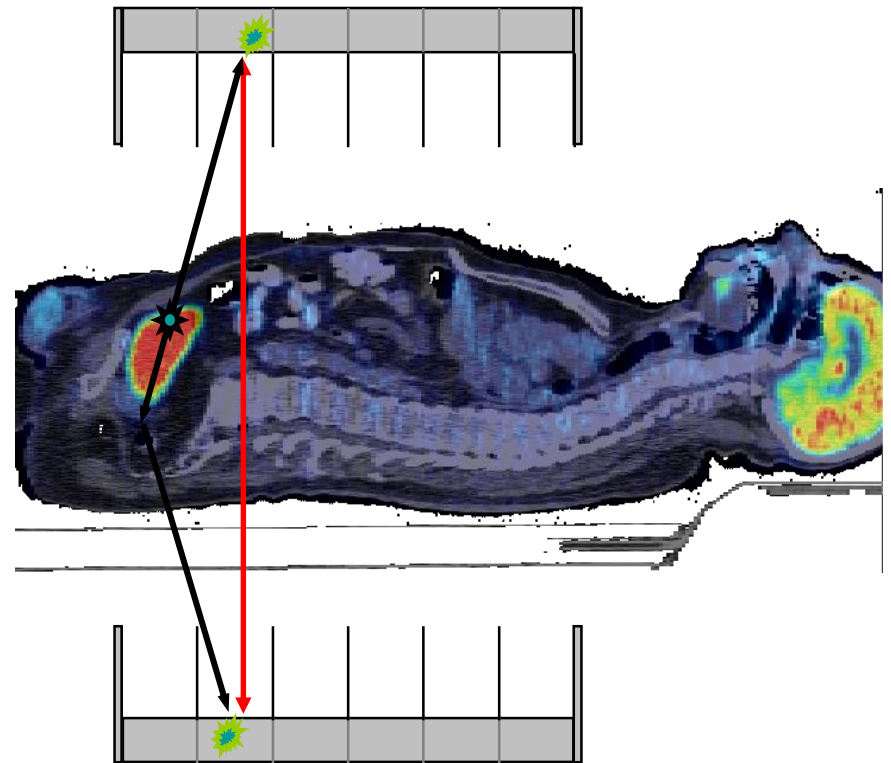
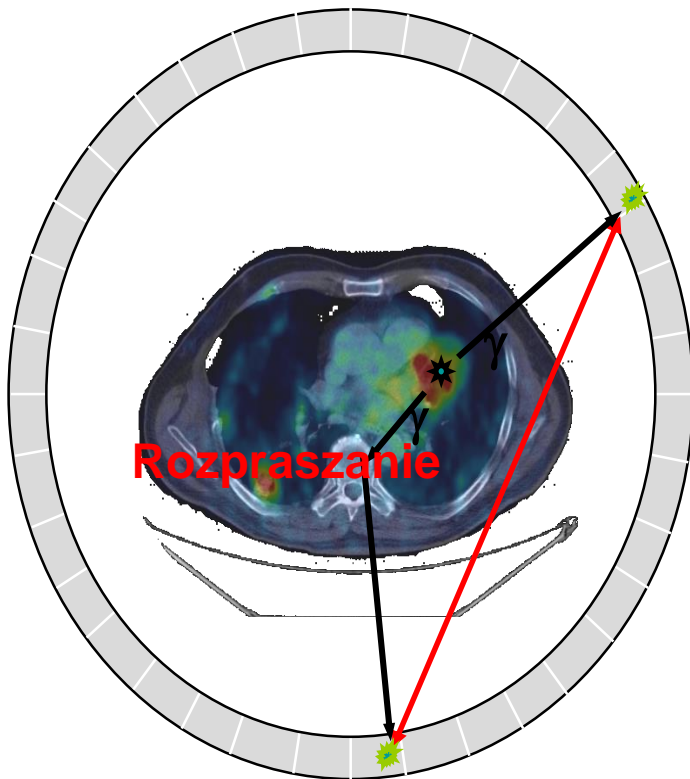
Skan pusty



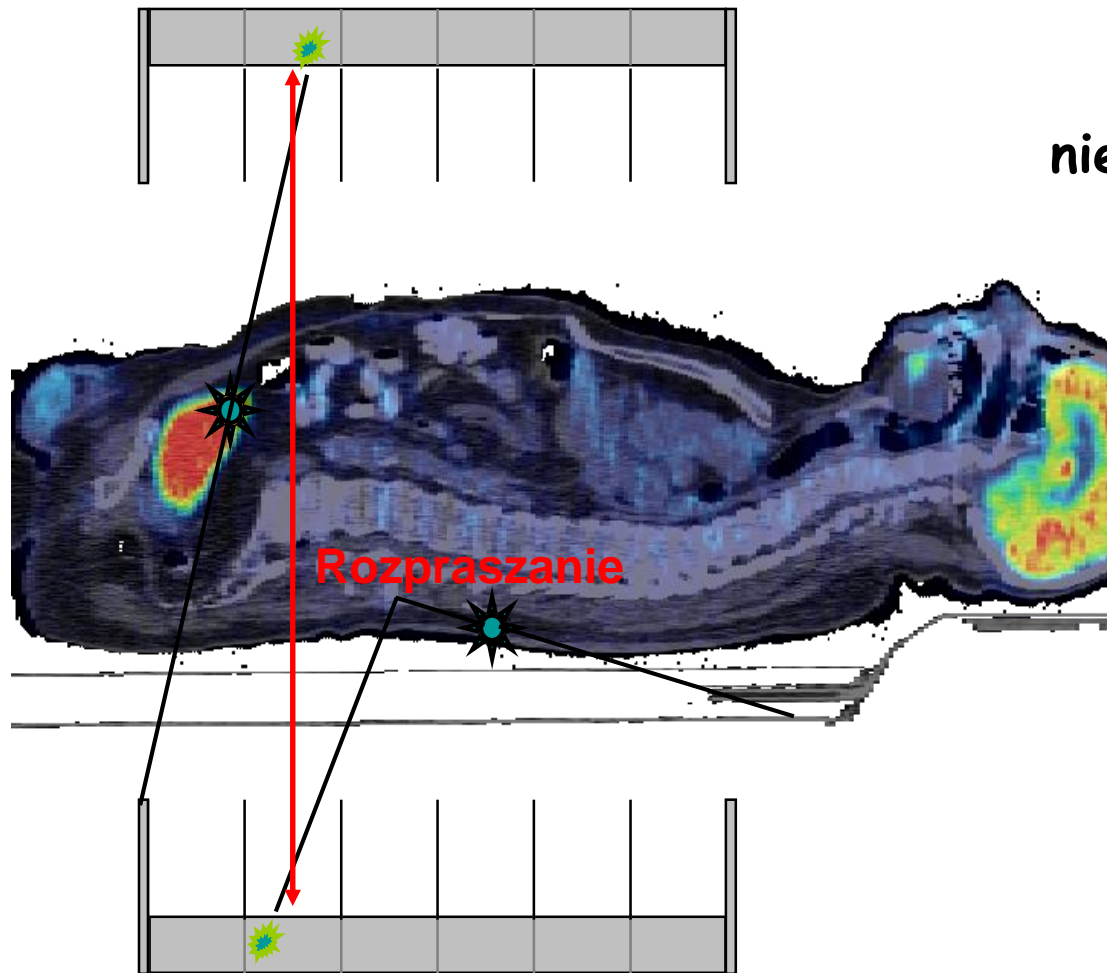
Współczynnik korekcyjny: $I_0/I = e^{\mu D}$

Powody zniekształcenia obrazu: fotony rozproszone

Przesunięte koincydencje

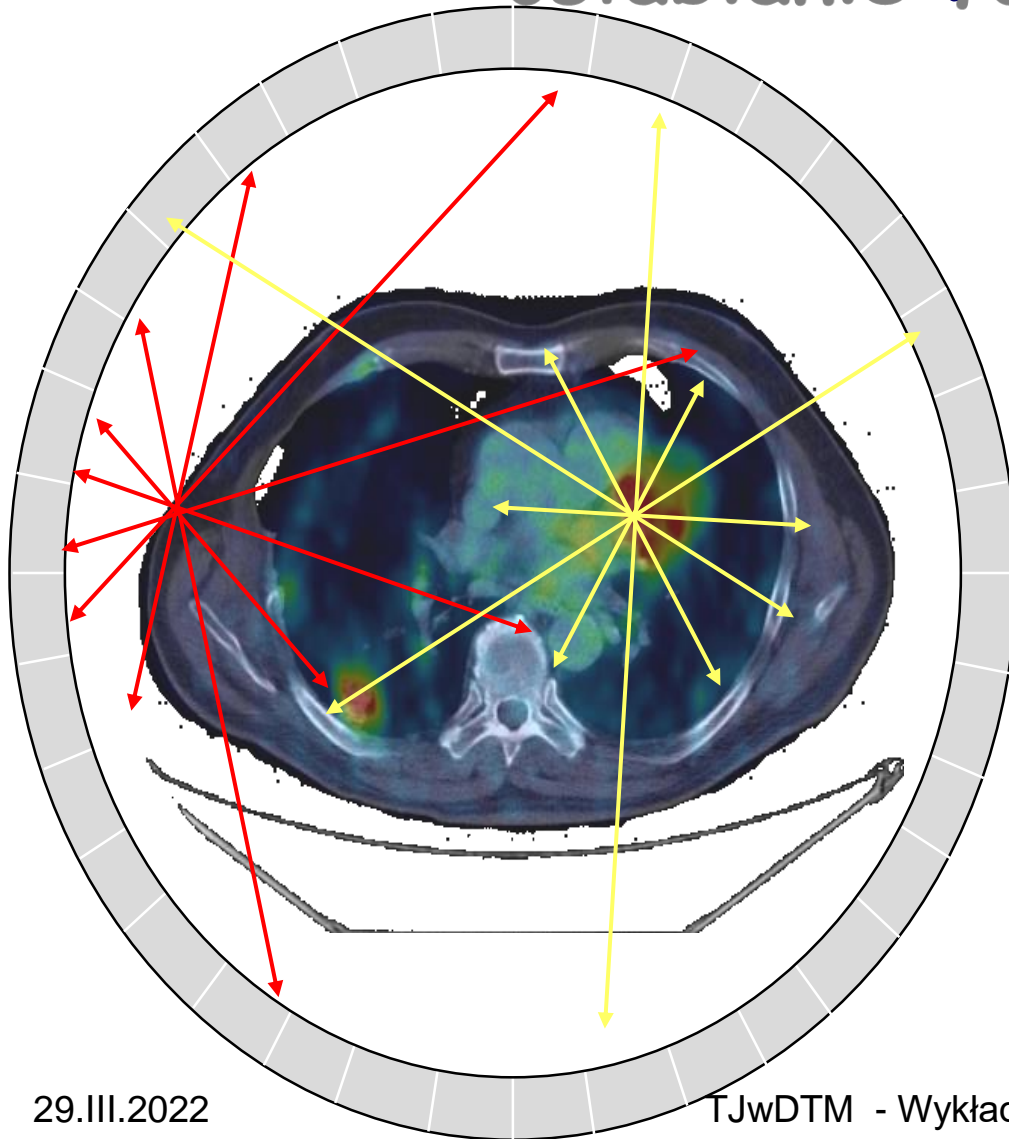


Powody zniekształcenia obrazu: koincydencje losowe



Koincydencja dwu
niepowiązanych fotonów

Powody zniekształcenia obrazu: osłabianie fotonów

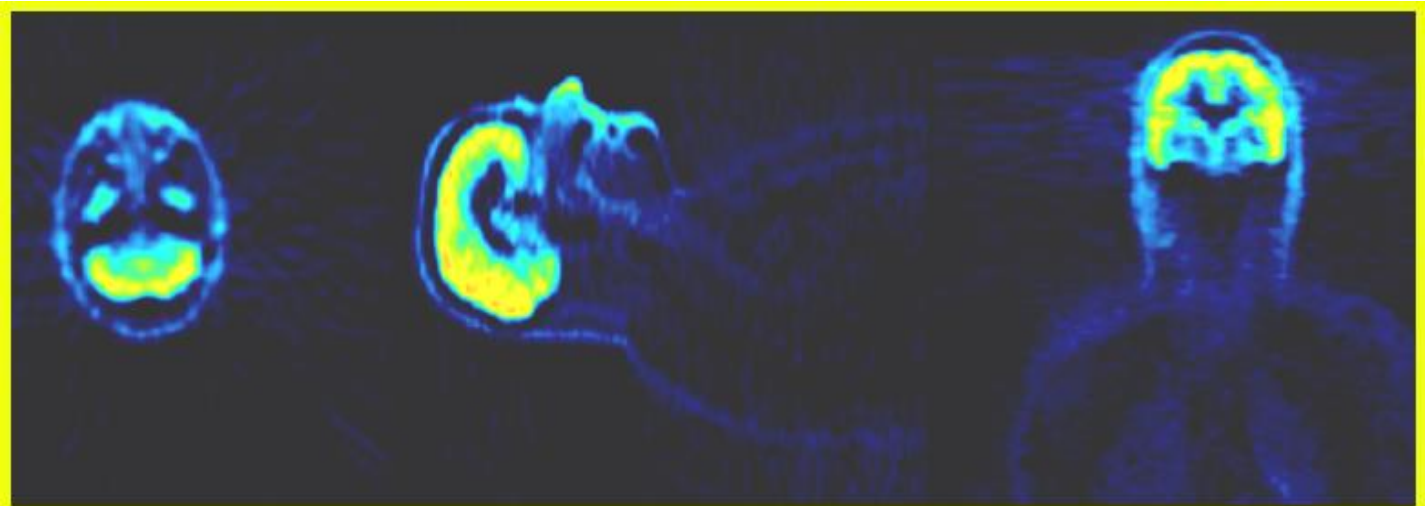


Część fotonów jest osłabiana w tkankach

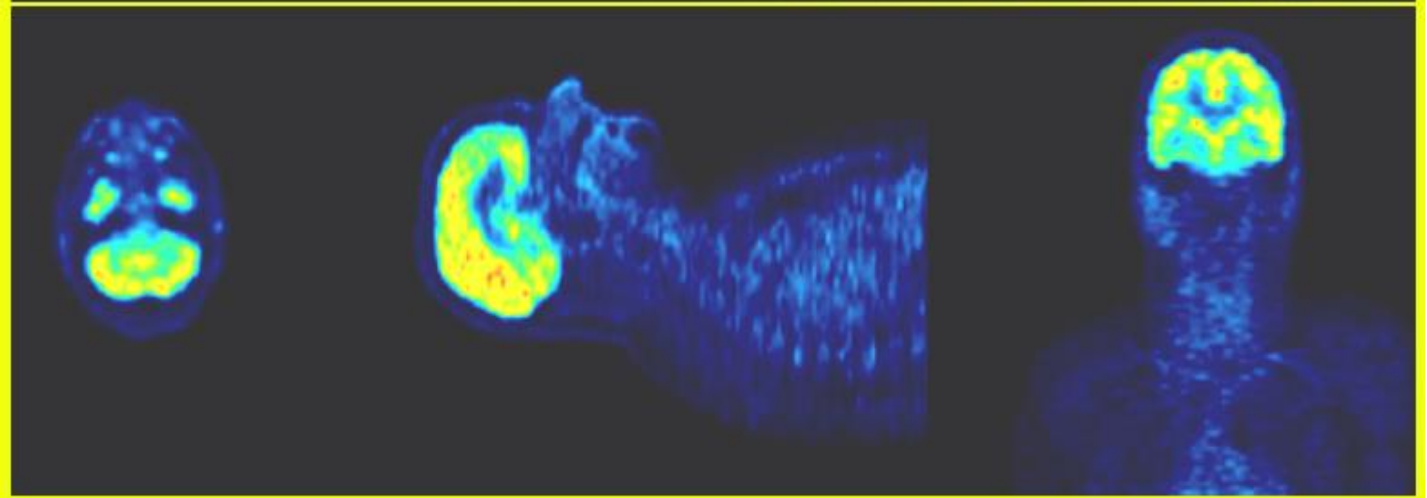
Efekt zależy od miejsca emisji

PET korekcja osłabiania - AC (Attenuation Correction)

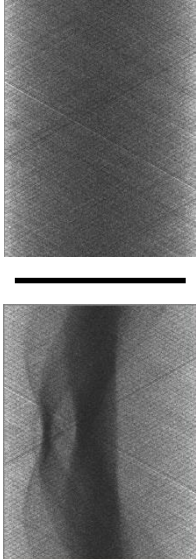
PET bez
AC



PET z AC



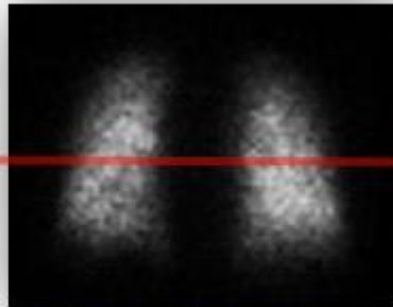
Współczynniki osłabienia dla PET (ACF)

$$\frac{\text{Sinogram pusty } (I_0)}{\text{Sinogram transmisyjny } (I_0 e^{-mD})} = \frac{\text{Sinogram ACF } (e^{mD})}{\text{Sinogram pusty } (I_0)}$$


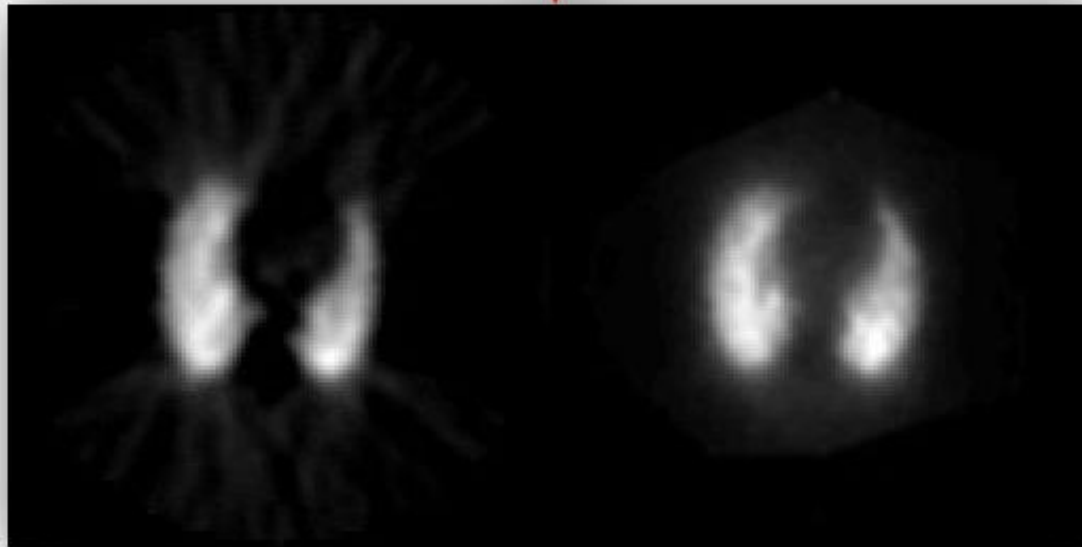
Korekcja:

$$\text{Sino. emisyjny} * \text{Sino. ACF} = \text{Sino. Skorygowany}$$

Efekty rekonstrukcji



Posterior Planar View



Slice reconstructed using
Filtered Back Projection

Slice reconstructed using
Iterative Reconstruction