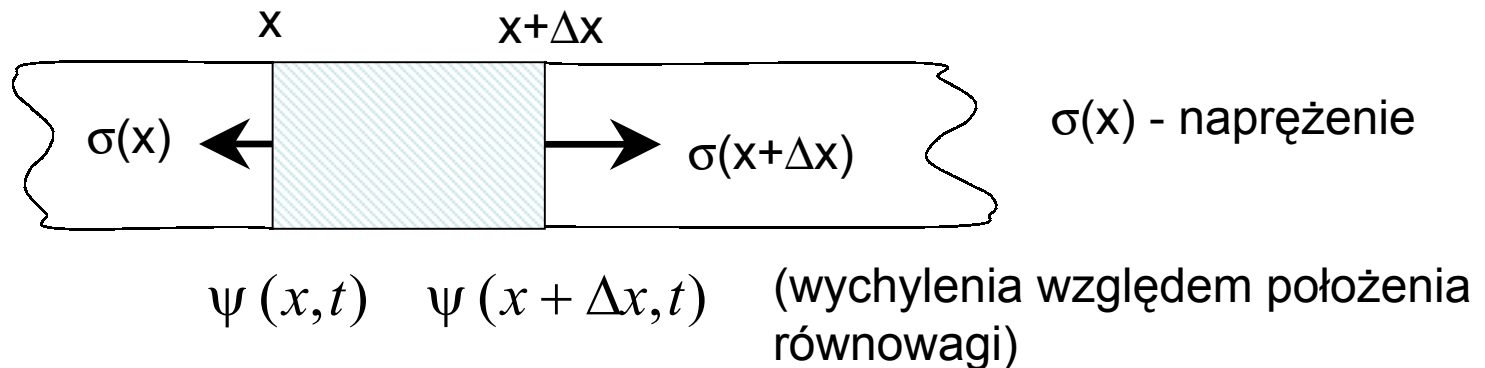


Fale podłużne

Rozważmy element pręta metalowego znajdujący się pomiędzy dwoma przekrojami w punktach x oraz $x + \Delta x$



Poddamy pręt odkształceniu (naciskamy, uderzamy pręt) w kierunku x . Odkształcenie to będzie propagować się w pręcie dzięki powstającym w nim naprężeniom...

Można przyjąć, że średnie przemieszczenie jakiego doznaje środek masy elementu pręta zawartego pomiędzy x oraz $x + \Delta x$ wynosi $\psi(x, t)$

Zatem równanie ruchu tego elementu ma postać:

$$\rho S \Delta x \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial t^2} = S \sigma(x + \Delta x) - S \sigma(x)$$

Gdzie S – powierzchnia przekroju poprzecznego pręta, ρ – gęstość pręta

$\sigma(x)$, $\sigma(x + \Delta x)$ – naprężenia, odpowiednio w punktach x oraz $x + \Delta x$

Stąd:

$$\rho S \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial t^2} = S \frac{\sigma(x + \Delta x) - \sigma(x)}{\Delta x}$$

W granicy $\Delta x \rightarrow 0$ 

dostajemy $\rho \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial x}$

Zgodnie z prawem Hooke'a

gdzie E - moduł Younga,

$$\sigma = \varepsilon E$$

Względna zmiana długości
elementu Δx

$$\varepsilon = \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial x}$$

Zatem :

$$\frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial t^2} = \frac{E}{\sigma} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2}$$

Równanie analogiczne do równania
falowego opisującego drgania struny.

Prędkość fal
podłużnych w pręcie : $u_l = \sqrt{\frac{E}{\sigma}}$

Fale podłużne– fale akustyczne

Materiał	u_l (m/s)
ołów	1200
cyna	2730
mosiądz	3710
cynk	3810
szkło flint	4000
szkło crown	5300
żelazo	5100

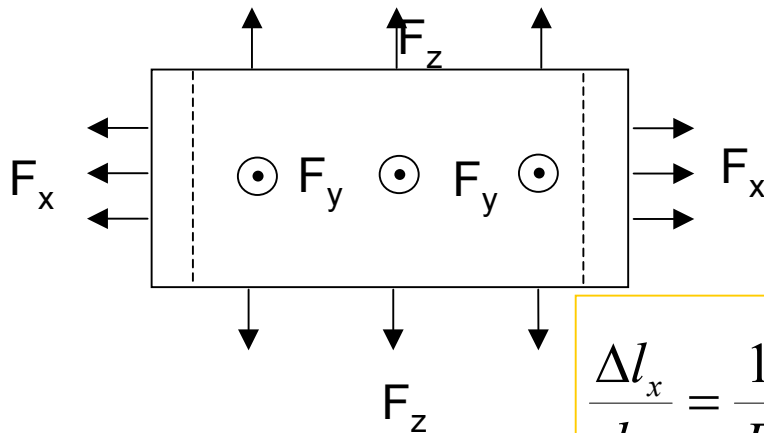
Prędkość dźwięku w powietrzu $\sim 330\text{m/s}$. Wiadomo więc dlaczego Indianie przykładali uszy do szyn kolejowych...

Prędkość fal podłużnych w dużym ciele (np.. w Ziemi)

Przez ciało *duże* lub *grube* rozumiemy ciało, którego wymiary poprzeczne są dużo większe od długości fali dźwiękowej.

Nacisk nie może rozszerzać się na boki, dochodzi do ściskania w jednym wymiarze, tak jak w belce z uwięzionymi bokami...

Rozpatrzmy belkę, którą rozciągamy wzdłuż osi x, dbając o to, aby nie nastąpiło przewężenie w kierunkach y, z – odpowiada to przykładaniu sił prostopadłych do x...



Wydłużenie wzdłuż kierunku x

$$\frac{\Delta l_x}{l_x} = \frac{1}{E} \frac{F_x}{A_x} - \frac{\mu}{Y} \frac{F_y}{A_y} - \frac{\mu}{Y} \frac{F_z}{A_z} = \frac{1}{E} \left(\frac{F_x}{A_x} - \mu \left(\frac{F_y}{A_y} + \frac{F_z}{A_z} \right) \right)$$

Wydłużenia wzdłuż y, z

$$\frac{\Delta l_y}{l_y} = \frac{1}{E} \left(\frac{F_y}{A_y} - \mu \left(\frac{F_x}{A_x} + \frac{F_z}{A_z} \right) \right)$$

$$\frac{\Delta l_z}{l_z} = \frac{1}{E} \left(\frac{F_z}{A_z} - \mu \left(\frac{F_x}{A_x} + \frac{F_y}{A_y} \right) \right)$$

Boki „zamocowane”
więc:

$$\frac{\Delta l_y}{l_y} = \frac{\Delta l_z}{l_z} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{F_y}{A_y} = \frac{F_z}{A_z} = \frac{\mu}{1 - \mu} \frac{F_x}{A_x}$$

Stąd:

$$\frac{\Delta l_x}{l_x} = \frac{1}{E} \left(1 - \frac{2\mu^2}{1-\mu} \right) \frac{F_x}{A_x} = \frac{1}{E} \left(\frac{1-\mu-2\mu^2}{1-\mu} \right) \frac{F_x}{A_x}$$



Napężenie
Wzdłuż osi x

$$\sigma_x = \frac{F_x}{A_x} = \left(\frac{1-\mu}{1-\mu-2\mu^2} \right) E \frac{\Delta l_x}{l_x}$$



E – moduł Younga

$$E' = \left(\frac{1-\mu}{1-\mu-2\mu^2} \right) E$$

E' - efektywny moduł Younga dla ciała „grubym”...

Sprężyste fale podłużne
w pręcie :

$$u_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Sprężyste fale podłużne
w ośrodku „dużym” :

$$u_l^\infty = \sqrt{\frac{1-\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)}} \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{E'}{\rho}}$$

Fale poprzeczne
skręceń w pręcie:

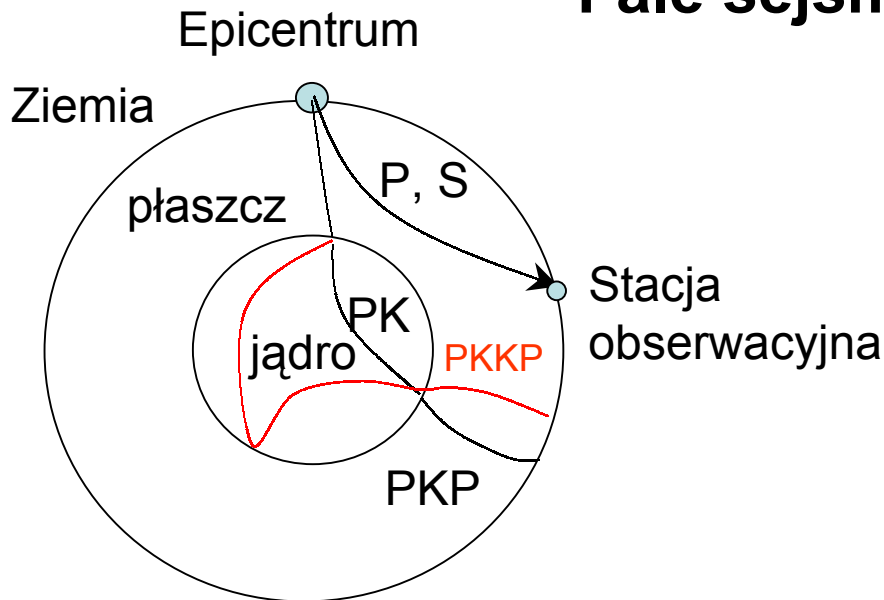
$$u_t = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

G – moduł sztywności

Ponieważ $G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$ $\Rightarrow G < E < E' \Rightarrow u_l > u_t$

Fale podłużne są szybsze niż fale poprzeczne!

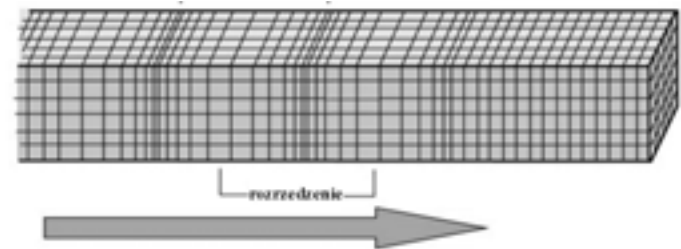
Fale sejsmiczne



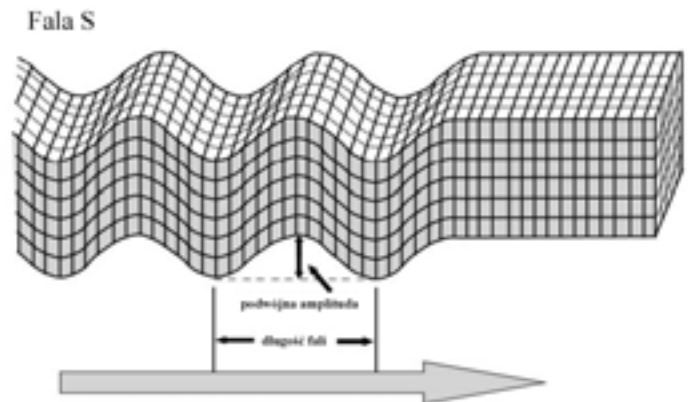
K- fale podłużne, które przeszły przez jądro (z niem. *kern*)

Fale powierzchniowe (Rayleigha i Love'a) podłużno-poprzeczne...

Fale podłużne P (primary)

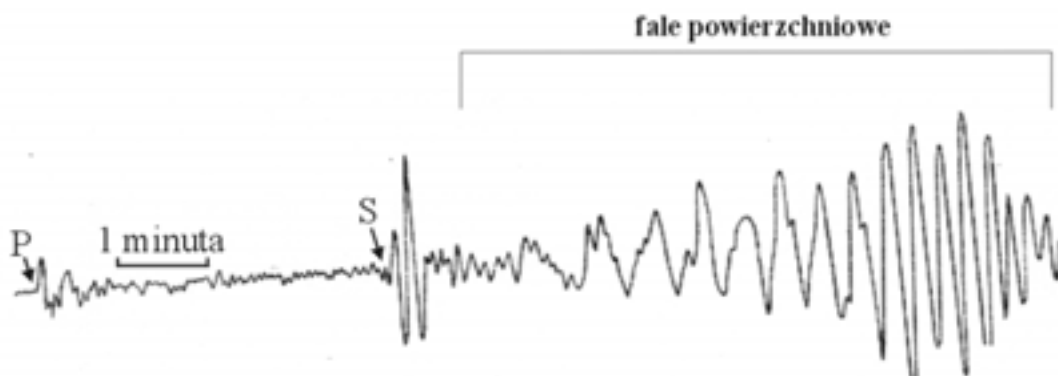
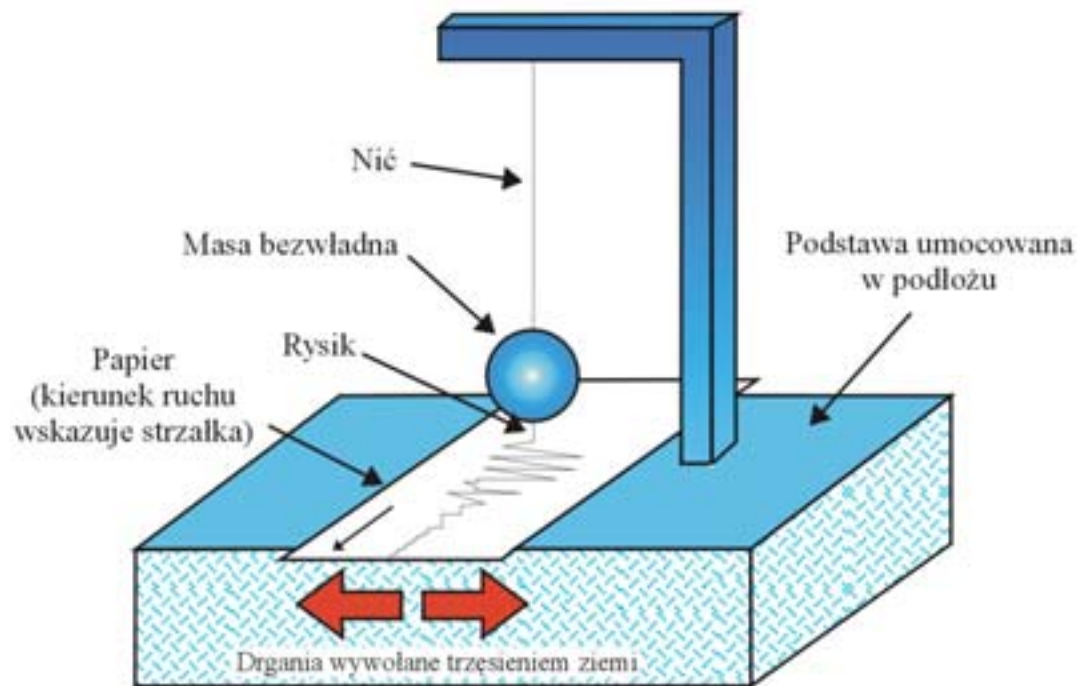


Fale poprzeczne S (secondary)



Rejestracja fal sejsmicznych

- składowa pionowa -Z
- składowa pozioma wzdłuż kierunku N-S (północ-południe)
- składowa pozioma wzdłuż kierunku W-E



**Seismogram trzęsienia ziemi w Turcji (1909) na stacji
Pulkowo w Rosji**

Zasada działania seismografu do rejestracji drgań poziomych. Przy rejestracji drganiach pionowych używa się ciężarka na sprężynie...

Fale dźwiękowe w powietrzu

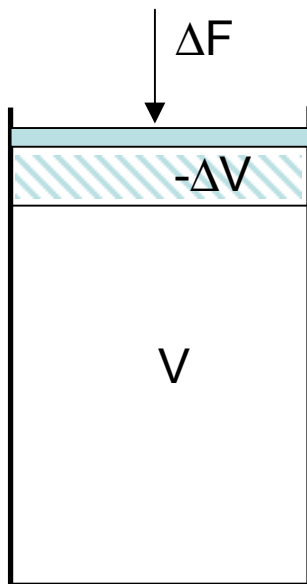
Fale dźwiękowe w powietrzu to fale podłużne, w których mamy do czynienia z przemieszczającymi się zagęszczeniami i rozrzedzeniami gazu...

Sytuacja jest więc bardzo podobna do tej z jaką mamy do czynienia w przypadku poznanych już sprężystych fal podłużnych...

Prędkość fal podłużnych:

$$u_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Aby skorzystać z analogii należy wyznaczyć efektywny moduł Younga dla gazu...



$$\Delta p = \frac{\Delta F}{S} \quad l = \frac{V}{S} \quad \Delta l = \frac{\Delta V}{S} \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta V}{V}$$

$$\Delta p = \frac{\Delta F}{S} = -E \frac{\Delta l}{l} = -E \frac{\Delta V}{V}$$

$$\Delta p = -E \frac{\Delta V}{V} \quad \longrightarrow \quad E = -\frac{\Delta p}{\Delta V} V \quad E = -\frac{dp}{dV} V = K$$

Dla słupa gazu (cieczy) rolę modułu Younga przejmuje moduł ścisłości K

Prędkość dźwięku w powietrzu

Przemiana izotermiczna
(wymiana ciepła z otoczeniem)

$$\begin{aligned} pV &= \text{const} \\ \Downarrow \\ Vdp + pdV &= 0 \\ \Downarrow \\ -\frac{dp}{dV}V &= p \equiv E_T \\ \Downarrow \\ u_l &= \sqrt{\frac{p}{\rho}} \end{aligned}$$

Przemiana adiabatyczna
(brak wymiany ciepła z otoczeniem)

$$\begin{aligned} pV^\kappa &= \text{const} \\ \Downarrow \\ V^\kappa dp + p\kappa V^{\kappa-1}dV &= 0 \\ \Downarrow \\ -\frac{dp}{dV}V &= \kappa p \equiv E_A \quad \text{Efektywny moduł Younga} \\ \Downarrow \\ u_l &= \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}} \end{aligned}$$

Warunkach normalnych:

$$u_{IT} = \sqrt{\frac{p}{\rho}} = 280 \frac{m}{s}$$

$$u_l = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}} = 332 \frac{m}{s}$$

Zgodne
z doświadczeniem!

Proces przewodnictwa jest za wolny aby ciepło przepłynęło z obszarów zagęszczeń do rozrzedzeń (czyli żeby wyrównać temperaturę)....