

Wprowadzenie do teorii procesów stochastycznych

Ćwiczenia, Zestaw 10

1. Niech $P(k, N)$ oznacza prawdopodobieństwo bycia w punkcie k po wykonaniu N skoków w dyskretnym symetrycznym błędzeniu losowym. Rozważ granicę ciągłą poprzez:
 - przybliżenie $P(k, N)$ dla $N \gg k, N \gg 1$,
 - prawdopodobieństwo $P(x, N)\Delta x$, gdzie $x = kl$ jest ciągłym położeniem, a $l \ll x$ jest wielkością skoku,
 - prawdopodobieństwo $P(x, t)\Delta x$, gdzie t oznacza czas, przyjmij że występuje n skoków na jednostkę czasu.

Jaka jest stała dyfuzji w tym przypadku?

2. Rozważ symetryczne błędzenie losowe na prostej z odbijającą ścianką w punkcie $\acute{s} > 0$. Policz $\left. \frac{\partial P_{odb}(x, t; \acute{s})}{\partial x} \right|_{x=\acute{s}}$
3. Rozważ symetryczne błędzenie losowe na prostej ze stanem pochłaniającym. Policz $\lim_{x \rightarrow \acute{s}} P_{poch}(x, t; \acute{s})$.
4. W przypadku granicy ciągłej wyznacz prawdopodobieństwo $R(t)$ bycia pochłoniętym. Jaki jest oczekiwany czas pochłonięcia?