

# Wprowadzenie do teorii procesów stochastycznych

## Ćwiczenia, Zestaw 3

1. W rozważanej populacji jest 55% kobiet. 8% kobiet i 5% mężczyzn jest leworęcznych. Jeśli osoba jest leworęczna to z jakim prawdopodobieństwem jest kobietą? Jeśli osoba jest praworęczna to z jakim prawdopodobieństwem jest mężczyzną?
2. Dwa automaty produkują sznurek, stosunek ilości wyprodukowanego sznurka wynosi 3:2. Dla pierwszego automatu 65% sznurka jest najwyższej jakości, dla drugiego 85%. Na koniec sznurki z obydwu automatów są mieszane. Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania sznurka najwyższej jakości? Jeśli sznurek jest najwyższej jakości, to z jakim prawdopodobieństwem pochodzi z pierwszego automatu?
3. Pewna choroba występuje u  $10^{-3}$  społeczeństwa. Istnieje test, który wykrywa ją w 100%. Jednak dla osób zdrowych w 5% fałszuje wynik. Wyznacz prawdopodobieństwo, że osoba jest chora jeżeli dwa testy dały pozytywny wynik.
4. Ile jest liczb naturalnych  $\leq 10^5$ , które są podzielne przez 6, 15 lub 20?
5. Gracz dostał 13 kart z 52, obejrzał 8 z nich i stwierdził, że nie ma asa. Jaka jest szansa, że w ogóle nie ma asa?
6. Z talii 52 kart losujemy 5 kart bez zwracania. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że mamy dokładnie 3 asy, jeżeli wiadomo, że
  - (a) mamy co najmniej jednego asa;
  - (b) mamy co najmniej jednego asa czarnego koloru;
  - (c) mamy asa pik;
  - (d) pierwszą wylosowaną kartą jest as;
  - (e) pierwszą wylosowaną kartą jest czarny as;
  - (f) pierwszą wylosowaną kartą jest as pik.
7. Przeliczalna liczba zakładów produkuje towar A. Prawdopodobieństwo otrzymania towaru z zakładu  $k$  dane jest wzorem

$$p(k) = \frac{q^{k+1}}{1-q}, \text{ dla } k = 1, 2, \dots$$

Zakład  $k$  produkuje nieuszkodzony towar A z prawdopodobieństwem  $\frac{1}{k}$ . W sklepie kupiliśmy towar A i nie jest on uszkodzony. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że pochodzi on z zakładu  $k$ ?

8. Mamy 3 telefony, wiadomo, że jeden zawsze działa, drugi nigdy nie działa (ale zjada monety), a trzeci działa z  $p = \alpha$  (w pozostałych przypadkach zjada monety). Próbuje zadzwonić z jednego z automatów i zjada on monetę, zmieniamy automat, znów próbujemy, tym razem się udaje, próbujemy znów tym samym i znów się udaje. Jakie jest prawdopodobieństwo, że telefon z którego zadzwoniliśmy 2 razy jest tym, który zawsze działa? Jaka byłaby odpowiedź, gdyby nie było w zadaniu pierwszej, nieudanej próby na innym telefonie?