

Wprowadzenie do teorii procesów stochastycznych

Ćwiczenia, Zestaw 4

1. Dla zadanej dystrybuanty $F(x)$ wyznacz gęstość prawdopodobieństwa.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0 \\ 0.1 + x & \text{dla } 0 \leq x < 0.5 \\ 0.4 + x & \text{dla } 0.5 \leq x < 0.55 \\ 1 & \text{dla } 0.55 \leq x \end{cases}$$

2. Dana jest dystrybuanta $F(x) = A + B \arctan(x)$. Wyznacz A i B oraz gęstość prawdopodobieństwa.
3. Rozkład Pareto z parametrami k oraz x_0 zadany jest jako

$$f(x) = \frac{kx_0^k}{x^{k+1}}, \quad x \geq x_0.$$

Jakie warunki muszą spełniać x_0 oraz k ?

4. Rozważamy zmienną losową X o znanej gęstości prawdopodobieństwa $f(x)$. Wyznacz gęstość prawdopodobieństwa zmiennej $Y = aX + b$.
5. Zmienna losowa X pochodzi z rozkładu normalnego o zerowej średniej

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right).$$

Jaki jest rozkład zmiennej $Y = \exp(X)$?

6. Zmienna losowa X pochodzi z rozkładu Cauchy'ego

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1 + x^2}.$$

Jaki jest rozkład zmiennej $Y = \frac{1}{X}$?

7. (*) Czy dla ciągłego rozkładu prawdopodobieństwa musi zachodzić $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$?