

Wprowadzenie do teorii procesów stochastycznych

Ćwiczenia, Zestaw 6

1. Wyznacz funkcję charakterystyczną rozkładu normalnego. Z niej wyznacz dwa pierwsze momenty centralne oraz cztery pierwsze kumulanty.
2. Dyskretny rozkład dwumianowy zadany jest prawdopodobieństwem

$$P_{n,p}(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}.$$

Wyznacz jego funkcję charakterystyczną oraz dwie pierwsze kumulanty. Wyznacz średnią oraz wariancję tego rozkładu korzystając z funkcji charakterystycznej.

3. Zmienna losowa X posiada funkcję charakterystyczną $g(k)$. Jak wygląda funkcja charakterystyczna zmiennej $aX + b$?
4. Dane są zmienne losowe X oraz Y ($X, Y > 0$) z zadanymi gęstościami $f_X(x)$ oraz $f_Y(y)$. Wyznacz rozkład zmiennych $Z = XY$ oraz $U = X/Y$.
5. Jakiemu rozkładowi podlega zmienna losowa o funkcji charakterystycznej $G(k) = \exp(-\gamma|k|)$? Jakiemu rozkładowi podlega suma dwóch zmiennych losowych z tego rozkładu?