

Wprowadzenie do teorii procesów stochastycznych

Ćwiczenia, Zestaw 9

1. Rozważ dyskretne błądzenie losowe na okręgu (jest n punktów, punkt n jest utożsamiony z punktem 0). W każdym kroku prawdopodobieństwo przeskoku w każdą stronę jest takie samo (znajując się w i z prawdopodobieństwem 0.5 przejdziemy do $i - 1$ oraz z prawdopodobieństwem 0.5 przejdziemy do $i + 1$). Wyznacz macierz przejścia P . Przyjmij $n = 3$ i wykonaj kolejne czynności:
 - wyznacz wartości i wektory własne macierzy przejścia,
 - udowodnij, że albo wartość własna jest równa 1, albo suma elementów wektora własnego jest zerowa,
 - wyraż $\Pi(0)$ (początkowy rozkład prawdopodobieństwa) za pomocą wektorów własnych,
 - wyznacz $\Pi(100)$,
 - jak wygląda P^t w granicy $t \rightarrow \infty$?
2. Dla błądzenia losowego w d wymiarach wyznacz prawdopodobieństwo, tego że po n krokach wychodząc ze stanu 0 powrócimy do tego stanu. Sprawdź, kiedy stan 0 jest stanem powracającym, a kiedy chwilowym.
3. Rozważ symetryczne błądzenie losowe na prostej z odbijającą ścianką. Następnie rozważ ściankę pochłaniającą.