

Mechanika klasyczna 2017/18

zadania domowe, seria X

termin oddania: 23 stycznia 2018 r.

Zadanie 21. Hamiltonian cząstki o masie m i ładunku q poruszającej się w polu elektrycznym $\vec{E}$ i polu magnetycznym $\vec{B}$ ma postać:

$$H = \frac{1}{2m} \sum_{a=x,y,z} (p_a - qA_a)^2 + q\Phi,$$

gdzie $\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$ oraz $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$. Rozważmy cząstkę poruszającą się w stałym, jednorodnym polu magnetycznym $\vec{B} = B\hat{e}_z$. Wówczas $\Phi = 0$ oraz, na przykład

$$\text{a) } \vec{A} = -\frac{1}{2}\vec{r} \times \vec{B} \quad \text{lub} \quad \text{b) } \vec{A} = -yB\hat{e}_x.$$

Różne wybory $\vec{A}$ prowadzą do różnych hamiltonianów. Wykazać, że – pomimo to – dla zaproponowanych wyżej potencjałów wektorowych $\vec{A}$ rozwiązania odpowiednich równań Hamiltona są takie same.

Zadanie 22.

W pewnym układzie inercyjnym $\mathcal{O}$ zaszły dwa zdarzenia: zdarzenie A w chwili t_A i w miejscu o współrzędnych $(x_A, 0, 0)$ oraz zdarzenie B w chwili t_B i w miejscu o współrzędnych $(x_B, 0, 0)$. W pewnym innym układzie inercyjnym $\mathcal{O}'$ poruszającym się względem układu $\mathcal{O}$ z prędkością v skierowaną wzdłuż osi x te same zdarzenia zaszły w chwilach, odpowiednio, t'_A i t'_B oraz w miejscach, odpowiednio, $(x'_A, 0, 0)$ i $(x'_B, 0, 0)$. Wykazać, że znak wielkości $t'_A - t'_B$:

- a) jest zawsze taki sam, o ile $c|t_A - t_B| > |x_A - x_B|$,
- b) zależy od prędkości v dla $c|t_A - t_B| < |x_A - x_B|$.