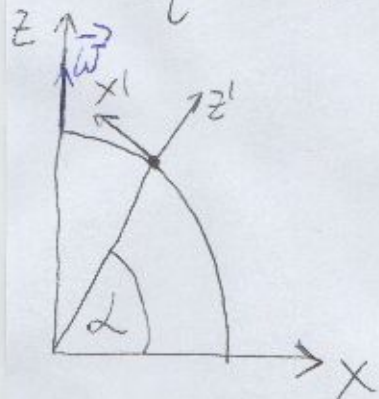


K 1.2

Rozwiązanie



$$\vec{\omega} = \omega (\cos \alpha \hat{e}_{x'} + \sin \alpha \hat{e}_{z'})$$

Przyspieszenie w układzie nieinercyjnym $x'z'$

$$\vec{a}' = \vec{a} - 2\vec{\omega} \times \vec{v}' - \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

↑
przyspieszenie
grawitacyjne

↑
Coriolis

↑
przyspieszenie
odśrodkowe

Ostatni wyraz jest rzędu ω^2 i możemy go pominąć

Rozwiązanie metodą rachunku zaburzeń
w małym parametrze ω

Rzqd 0, $\omega = 0$

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}'^{(0)} \\ \ddot{y}'^{(0)} \\ \ddot{z}'^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x'^{(0)}(0) \\ y'^{(0)}(0) \\ z'^{(0)}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \dot{x}'^{(0)}(0) \\ \dot{y}'^{(0)}(0) \\ \dot{z}'(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Rozwiązanie

$$x'^{(0)} = 0 + v_0 t$$

$$y'^{(0)} = 0$$

$$z'^{(0)} = h - \frac{1}{2} g t^2$$

Rzqd 1

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}'^{(1)} \\ \ddot{y}'^{(1)} \\ \ddot{z}'^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} - 2\omega \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ 0 \\ \sin \alpha \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{x}'^{(0)} \\ \dot{y}'^{(0)} \\ \dot{z}'^{(0)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}'^{(1)} \\ \ddot{y}'^{(1)} \\ \ddot{z}'^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2\omega (\sin \alpha v_0 + \cos \alpha g t) \\ -g \end{bmatrix}$$

Rozwiązanie

$$x'^{(1)} = v_0 t$$

$$y'^{(1)} = -\omega \sin \alpha v_0 t^2 - \omega \cos \alpha g \frac{t^3}{3}$$

$$z'^{(1)} = h - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\text{Czas spadku } z'^{(1)} = 0 \Rightarrow t_K = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Punkt spadku

$$x_K'^{(1)} = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$y_K'^{(1)} = -\omega \sin \alpha v_0 \left(\frac{2h}{g}\right) - \omega \cos \alpha g \frac{1}{3} \left(\frac{2h}{g}\right)^{3/2}$$

$$z_K'^{(1)} = 0$$

Punktacja:

1 pkt dyskusja sił pozornych w układzie nieinercyjnym $X'Z'$

1 pkt zastosowanie rachunku zaburzeń

2 pkt zerowy rząd rachunku zaburzeń -
- rząd pierwszy

1 pkt zapisanie równań ruchu w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń

2 pkt wyznaczenie ~~wektora~~ ruchu w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń

1 pkt wyznaczenie punktu spadku

2 pkt poprawne wykonanie wszystkich obliczeń