

Analiza I - 2013/14

Zadania domowe - seria 3

Zadanie 1. Metodą indukcji matematycznej wykazać, że dla każdej liczby $n \in \mathbb{Z}_+$ prawdziwe jest stwierdzenie:

a) $2^3 + 4^3 + \dots + (2n)^3 = 2(2 + 4 + \dots + 2n)^2$.

b) $9 \mid (4^n + 15n - 1)$.

c) $3^n > n \cdot 2^n$, o ile dodatkowo $n \geq 3$.

d) $n! > \left(\frac{n}{3}\right)^n$.

e) $4^n > \binom{2n}{n}$.

f) $\sin \frac{\pi}{3} + \sin \frac{2\pi}{3} + \dots + \sin \frac{n\pi}{3} = 2 \sin \frac{n\pi}{6} \sin \frac{(n+1)\pi}{6}$.

g) dla każdych liczb rzeczywistych $a, b \geq 0$: $\left(\frac{a+b}{2}\right)^n \leq \frac{a^n + b^n}{2}$.