

Analiza I - 2013/14

Zadania domowe - seria 9

Zadanie 1. Zbadać różniczkowalność funkcji:

a) $f(x) = x \cdot |x - 1|$ w punkcie $x_0 = 1$.

b) $f(x) = \sqrt{\log(1 + x^2)}$ w punkcie $x_0 = 0$,

c) $f(x) = |x|^3$ dla $x \in \mathbb{R}$.

Zadanie 2. Dobrać parametry $a, b \in \mathbb{R}$ tak, by funkcja

$$\mathbb{R} \ni x \mapsto f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{dla } x < 0 \\ ax^2 + bx & \text{dla } x \geq 0 \end{cases}.$$

była różniczkowalna na \mathbb{R} .

Zadanie 3. Obliczyć pochodne funkcji:

a) $f(x) = (1 - x + 4x^5) (x \sin(x^2) + 2)$.

b) $f(x) = \frac{x^4}{(1-x)^2(1+(3x)^2)}$.

c) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+2x} \cdot \sqrt[3]{1+x^2}}$.

d) $f(x) = \frac{x}{1 - \cos x}$.

e) $f(x) = x \cdot \arcsin x$.

f) $f(x) = \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{x} \right)^2$.

g) $f(x) = \frac{\log x}{1 + x^2}$.

h) $f(x) = \frac{e^x}{1 + x^2}$.

i) $f(x) = \frac{\sqrt{1 - \sqrt{x}}}{1 + \sqrt{x}}$.

j) $f(x) = \frac{\operatorname{arctg}(2x)}{\operatorname{arcctg}(2x)}$.

k) $f(x) = \frac{x \sin x}{1 + \operatorname{tg} x}$.

l) $f(x) = \log(\sin x)$.

Zadanie 4. W jakim punkcie styczna do wykresu funkcji $y = \frac{x-8}{x+1}$ tworzy z osią Ox kąt 45 stopni?

Zadanie 5. Wyznaczyć n -tą pochodną, tzn. $f^{(n)}(x)$, dla każdego $n \in \mathbb{Z}_+$, jeśli:

a) $f(x) = \sin^2 x$.

b) $f(x) = \log(1 + x^2 + 2x)$.