

Marcin Piątek
Instytut Fizyki, Uniwersytet Szczeciński,
ul. Wielkopolska 15, 70-451 Szczecin

Tytuł:

Teoria Liouville’a, supersymetryczne $\mathcal{N} = 2$ teorie Yanga–Millsa i uniformizacja nakłutych sfer

Streszczenie:

Twierdzenie o uniformizacji (Poincaré, Koebe, 1907) gwarantuje istnienie meromorficznej funkcji

$$\lambda: \mathbb{H} \ni \tau \rightarrow z = \lambda(\tau) \in \mathbb{H}/G \cong C$$

zwanej *uniformizacją*. Powyżej \mathbb{H} to górna półpłaszczyzna, G to dyskretna podgrupa grupy $\mathrm{PSL}(2, \mathbb{R})$, która działa na \mathbb{H} przez transformacje Möbiusa a \mathbb{H}/G to model powierzchni Riemanna C . Odwzorowanie λ jest znane explicite tylko w przypadku 3-nakłutej sfery Riemanna. W szczególności konstrukcja tego odwzorowania dla n -nakłutej sfery, gdy $n > 3$, jest ciągle otwartym problemem. Metodę konstrukcji λ w przypadku n -nakłutej sfery z tzw. osobliwościami parabolicznymi zaproponował Poincaré. Metoda ta opiera się na związku problemu uniformizacji z problemem monodromii dla pewnego równania różniczkowego typu Fuchsa. Można pokazać, że jeśli λ jest uniformizacją n -nakłutej sfery $C_{0,n} = \mathbb{C} \cup \{\infty\} \setminus \{z_1, \dots, z_n\}$, to wielowartościowe odwzorowanie λ^{-1} odwrotne do uniformizacji jest ilorzem fundamentalnych rozwiązań równania Fuchsa z monodromią $\mathrm{PSL}(2, \mathbb{R})$. Odwzorowanie λ^{-1} ma punkty rozgałęzienia w z_1, \dots, z_n i gałęzie związane transformacjami z G . Zatem konstrukcja λ^{-1} sprowadza się do znalezienia odpowiednich rozwiązań równania Fuchsa. Pojawia się jednak istotny problem, tj. równanie Fuchsa stowarzyszone z uniformizacją n -nakłutej sfery $C_{0,n}$ jest określone z dokładnością do pewnych nieznanymi współczynników c_1, \dots, c_n zwanych *parametrami dodatkowymi*. Parametry te są skomplikowanymi funkcjami na przestrzeni modułów powierzchni $C_{0,n}$. Ich wyliczenie dla $n > 3$ jest trudnym i w ogólnej sytuacji nierozwiązanym problemem.

Celem seminarium będzie przedstawienie metody wyliczania parametrów dodatkowych dla równania Fuchsa na sferze z czterema nakłuciami [1, 2]. Metoda odwołuje się do znanych związków problemu parametrów dodatkowych z teorią Liouville’a oraz do odkrytych niedawno związków z supersymetrycznymi $\mathcal{N} = 2$ teoriami Yanga–Millsa. Wyprowadzone zostaną formuły na parametry dodatkowe w równaniu Fuchsa z czterema osobliwościami parabolicznymi lub eliptycznymi. Następnie omówione zostaną zastosowania otrzymanych wyników wykraczające poza problem uniformizacji oraz możliwe uogólnienie zastosowanej metody do przypadku n -punktowego. Przedyskutowane zostaną również możliwe kierunki dalszych badań.

1. M. Piatek, JHEP **06** (2011) 050, arXiv:1102.5403 [hep-th].
2. F. Ferrari, M. Piatek, arXiv:1202.2149 [hep-th].