

Matematyka III: Pytania na egzamin ustny

1. Zbiory przeliczalne i nieprzeliczalne. Przeliczalność $\mathbb{Q}$ i nieprzeliczalność $\mathbb{R}$.
2. Zbiory miary zero. Przykłady.
3. Definicja całki podwójnej po prostokącie.
4. Miara Jordana. Interpretacja geometryczna całki.
5. Całki iterowane. Zamiana całki podwójnej na iterowaną (tw. Fubiniego)
6. Całka podwójna po zbiorze dowolnym.
7. Całka podwójna po zbiorze regularnym
8. Obszar normalny i całki iterowane po obszarze normalnym
9. Przekształcenia osiowe
10. Twierdzenie o zamianie zmiennych w całkach podwójnych
11. Krzywe płaskie i przestrzenne. Długość krzywej.
12. Całki krzywoliniowe nieskierowane. Przykłady.
13. Całki krzywoliniowe skierowane. Przykłady.
14. Twierdzenie Greena.
15. Niezależność całki od drogi całkowania: Warunek konieczny i dostateczny. Potencjał (skalaryny).
16. Opis powierzchni: wykresowy, parametryczny, uwikłany. Przykłady.
17. Pole powierzchni. Całki powierzchniowe nieskierowane.
18. Powierzchnie orientowalne i nieorientowalne. Orientacja powierzchni.
19. Gradient, dywergencja, rotacja.
20. Całka powierzchniowa skierowana.
21. Twierdzenie Gaussa – Ostrogradskiego.
22. Twierdzenie Stokesa.
23. Funkcje o argumentach i wartościach zespolonych. Pochodna w sensie zespolonym. Definicja funkcji holomorficznej.
24. Warunki Cauchy’ego – Riemanna. Inne równoważne warunki holomorficzności.

25. Całka po krzywej z funkcji o wartościach zespolonych. Twierdzenie Cauchy'ego.
26. Wzór całkowy Cauchy'ego.
27. Twierdzenie Liouville'a. Funkcje całkowite.
28. Szereg Taylora.
29. Szereg Laurenta.
30. Twierdzenie o residuach.
31. Zastosowania tw. o residuach do liczenia całek.
32. Funkcje wieloznaczne. Przykłady.
33. Transformata Fouriera. Definicja i podstawowe własności.
34. Twierdzenie Lebesgue'a o zbieżności majoryzowanej.
35. Zastosowanie transformaty Fouriera do rozwiązania równania przewodnictwa cieplnego.
36. Wzór Plancherela.
37. Szeregi Fouriera. Definicja i podstawowe własności.
38. Zastosowanie szeregów Fouriera do rozwiązania równania falowego.