

ALGEBRA I – LISTA ZADAN NO. 2

Zadanie 1. Wykonaj dzielenie (z resztą) wielomianu f przez wielomian g , gdzie

(a) $f(x) = x^3 - 3x^2 - x - 1$, $g(x) = 3x^2 - 2x + 1$;

(b) $f(x) = x^4 - 1$, $g(x) = x - i$;

(c) $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$, $g(x) = x^2 + 1$.

Zadanie 2. Znaleźć $NWD(f, g)$ oraz wielomiany u, v takie że $fu + gv = NWD(f, g)$, jeśli:

(a) $f(x) = x^6 + 2x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 8x - 5$, $g(x) = x^5 + x^2 - x + 1$;

(b) $f(x) = x^5 + 3x^2 - 2x - 2$, $g(x) = x^6 + x^5 + x^4 - 3x^2 + 2x - 6$;

(c) $f(x) = x^4 + x^3 - 4x + 5$, $g(x) = 2x^3 - x^2 - 2x + 2$.

(d) $f(x) = x^4 - 7x^2$, $g(x) = x^3 - 5x^2 + 18$.

Zadanie 3. Znaleźć albo pokazać, że nie istnieją wielomiany u i v takie, że $fu + gv = 1$, jeśli:

(a) $f(x) = 5x^4 - 12x^3 - 41$, $g(x) = x^3 - 5x - 7$;

(b) $f(x) = x^4 + 4x^3 + 9x^2 - 27$, $g(x) = x^4 - 5x^2 + 2x + 3$;

(c) $f(x) = x^5 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 1$, $g(x) = x^4 + x^3 + 2x^2 + 1$.

Zadanie 4. Wyznaczyć wszystkie wymierne pierwiastki wielomianów

(a) $x^3 - 6x^2 + 15x - 14$,

(b) $x^4 - x^3 - 54x^2 - 2x - 112$.

Zadanie 5. Dokonaj rozkładu funkcji wymiernej f na sumę ułamków prostych nad \mathbb{C} i nad \mathbb{R} dla

(a) $f(x) = \frac{16x^2}{(x+1)^3(x-1)^2}$,

(b) $f(x) = \frac{x^2+4x+1}{x^3+2x^2-x-2}$,

(c) $f(x) = \frac{x^6}{x^4+4}$.

(d) $f(x) = \frac{1}{x^6+1}$.

(e) $f(x) = \frac{1}{x^8-1}$.

(f) $f(x) = \frac{1}{x^8+1}$.