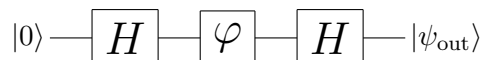


ZADANIE 1 (3 pkt.)

Mamy następującą bramkę kwantową złożoną z bramek Hadamarda i bramki fazowej:



1. Znaleźć stan $|\psi_{\text{out}}\rangle$.
2. Obliczyć z jakim prawdopodobieństwem bramka ta produkuje stan $|0\rangle$. Dla jakiej wartości φ , prawdopodobieństwo to jest maksymalne?
3. Obliczyć z jakim prawdopodobieństwem bramka ta produkuje stan $|1\rangle$. Dla jakiej wartości φ , prawdopodobieństwo to jest maksymalne?
4. Czy jest jakaś analogia tej bramki z interferometrem?

Wskazówka: Bramka fazowa $\text{---}\boxed{\varphi}\text{---}$ dana jest wzorem: $|0\rangle\langle 0| + e^{i\varphi}|1\rangle\langle 1|$.

ZADANIE 2 (3 pkt.)

Dla stanu termicznego ρ zależnego od parametru $\langle n \rangle$ (wprowadzonego na wykładzie) obliczyć:

1. Macierz gęstości w reprezentacji położeniowej w zmiennych bezwymiarowych: $\langle q|\rho|q'\rangle$.
2. Wykazać, że położeniowy rozkład prawdopodobieństwa, dany jest wzorem (zmienne bezwymiarowe):

$$p(q) = \frac{1}{\sqrt{\pi(1+2\langle n \rangle)}} \exp\left(-\frac{q^2}{1+2\langle n \rangle}\right)$$

Wskazówka: Funkcje własne oscylatora można znaleźć w każdym podręczniku z mechaniki kwantowej. Dla wielomianów Hermite'a zachodzi następujący wzór sumacyjny:

$$\sum_{n=0}^{\infty} H_n(x)H_n(y)\frac{t^n}{n!} = \frac{1}{\sqrt{1-4t^2}} \exp\left(\frac{4xyt - 4t^2(x^2 + y^2)}{1-4t^2}\right).$$

ZADANIE 3 (2 pkt.)

Dla stanu z poprzedniego zadania, obliczyć funkcję tworzącą:

$$C(k) = \text{Tr}\{\rho e^{-ikq}\}.$$

Na tej podstawie obliczyć średnią i dyspersję położenia w stanie termicznym.

ZADANIE 4 (3 pkt.)

Dla dwóch qubitów A i B mamy następujący stan:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle_A \otimes \left(\frac{1}{2}|0\rangle_B + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle_B\right) + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle_A \otimes \left(\frac{\sqrt{3}}{2}|0\rangle_B + \frac{1}{2}|1\rangle_B\right).$$

Dla takiego stanu policzyć zredukowane macierze gęstości ρ_A i ρ_B . Znaleźć rozkład i liczbę Schmidta dla stanu $|\Psi\rangle$. Czy jest to stan splątany?