

ZADANIE 1 (3 pkt.)

Przy łącznym pomiarze położenia i pędu, zastosowany był następujący Hamiltonian oddziaływania impulsowego:

$$H = \delta(t)(\hat{q}\hat{P}_1 - \hat{p}\hat{Q}_2),$$

gdzie $(\hat{q}, \hat{p})$ to operatory układu pomiarowego, a $(\hat{Q}_{1,2}, \hat{P}_{1,2})$ to operatory filtru pomiarowego. Dla takiego oddziaływania, zadanego operatorem ewolucji U obliczyć:

1. $U^\dagger \hat{Q}_1 U$.
2. $U^\dagger \hat{P}_2 U$.
3. $[U^\dagger \hat{Q}_1 U, U^\dagger \hat{P}_2 U]$.

ZADANIE 2 (3 pkt.)

W wyniku pomiaru przedstawionego w poprzednim zadaniu, skłonność pomiaru pędu i położenia, jest splotem funkcji Wignera:

$$pr(q, p) = \int dq' \int dp' W_F(q - q', p - q') W_\psi(q', p'),$$

gdzie $|\psi\rangle$ to stan układu pomiarowego, a $|F\rangle$ to stan filtrów pomiarowych. Obliczyć:

1. $\int dq \int dp pr(q, p)$.
2. $\int dq pr(q, p)$.
3. $\int dp pr(q, p)$.

ZADANIE 3 (3 pkt.)

Odwzorowanie całkowicie dodatnie dowolnego qubitów ma następującą postać:

$$\Phi(\rho) = \frac{1+\Lambda}{2} \rho + \frac{1-\Lambda}{2} X \rho X.$$

Dla takiego kanału:

1. Znaleźć jawną postać $\Phi(\rho)$ w bazie $(|0\rangle, |1\rangle)$ qubitów.
2. Obliczyć wierność przesyłu qubitów będącego w stanie czystym: $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$.
3. Czy są takie qubity, dla których wierność przesyłu wynosi 100%?
4. Jeśli $\Lambda = \exp(-\gamma t)$ ($\gamma \geq 0$), to $\Phi(\rho) = \rho(t)$. Znaleźć równanie na $d\rho(t)/dt$.

ZADANIE 4 (3 pkt.)

Odwzorowanie całkowicie dodatnie dowolnego qubitów ma następującą postać:

$$\Phi(\rho) = \frac{1+\Lambda}{2} \rho + \frac{1-\Lambda}{2} Y \rho Y.$$

Dla takiego kanału:

1. Znaleźć jawną postać $\Phi(\rho)$ w bazie $(|0\rangle, |1\rangle)$ qubitów.
2. Obliczyć wierność przesyłu qubitów będącego w stanie czystym: $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$.
3. Czy są takie qubity, dla których wierność przesyłu wynosi 100%?
4. Jeśli $\Lambda = \exp(-\gamma t)$ ($\gamma \geq 0$), to $\Phi(\rho) = \rho(t)$. Znaleźć równanie na $d\rho(t)/dt$.