

ZADANIE 1 (3 pkt.)

Transformacja wektora Blocha, w kanale depolaryzacyjnym, zadana jest następującą macierzą Λ :

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \Lambda(t) & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda(t) & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda(t) \end{pmatrix},$$

gdzie $\Lambda(t) = e^{-\gamma}$, $\gamma \geq 0$. W chwili $t = 0$, stan qubitów zadany jest dowolną macierzą gęstości:

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{00} & \rho_{01} \\ \rho_{10} & \rho_{11} \end{pmatrix}.$$

1. Ze wzoru transformującego wektor Blocha, znaleźć jawną zależność $\rho_{ij}(t)$ od czasu.
2. Wyprowadzić operatory Krausa: $K_0(t), K_1(t), K_2(t), K_3(t)$ i wykazać, że

$$\sum_r K_r^\dagger(t) K_r(t) = I.$$

ZADANIE 2 (3 pkt.)

Dla kanału z poprzedniego zadania odwzorowanie całkowicie dodatnie qubitów ma następującą postać:

$$\rho(t) = \Phi(\rho) = \sum_r K_r(t) \rho K_r^\dagger(t).$$

Dla takiego kanału:

1. Obliczyć wierność przesyłu qubitów będącego w stanie czystym: $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$.
2. Czy są takie qubity, dla których wierność przesyłu wynosi 100%?

ZADANIE 3 (3 pkt.)

Dla kanału z poprzedniego zadania:

1. Wyprowadzić równanie Lindblada.
2. Podać wzory na operatory drabinkowe L_r .
3. Obliczając ślad tego równania wykazać, że $\text{Tr}\{\rho(t)\}$, jest stała ruchu.

ZADANIE 4 (3 pkt.)

Pewien kanał kwantowy dla qubitów, zadany jest następującym odwzorowaniem całkowicie dodatnim:

$$\Phi(\rho) = \rho(t) = K_0(t) \rho(0) K_0^\dagger(t) + K_1(t) \rho(0) K_1^\dagger(t),$$

gdzie:

$$K_0(t) = \exp\left(-\frac{\gamma t}{2}\right) |0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1| \quad \text{oraz} \quad K_1(t) = \sqrt{1 - \exp(-\gamma t)} \sigma,$$

gdzie $\gamma \geq 0$ i $\sigma = |1\rangle\langle 0|$ jest spinowym operatorem drabinkowym.

1. Sprawdzić czy ten kanał ma własność: $\Phi(I) = I$? Wykazać, że

$$\sum_r K_r^\dagger(t) K_r(t) = I.$$

2. Dla dowolnego stanu początkowego qubitów, znaleźć jawną postać $\Phi(\rho) = \rho(t)$ w bazie $(|0\rangle, |1\rangle)$ qubitów.
3. Dla takiego kanału wyprowadzić równanie Lindblada. Podać wzory na operatory drabinkowe L_r .
4. Obliczając ślad tego równania wykazać, że $\text{Tr}\{\rho(t)\}$, jest stała ruchu.

Uwaga: Taki kanał opisuje emisję spontaniczną atomu o 2 poziomach.

**To jest ostatnia seria zadań
Dziękuję !**