

Wstęp do optyki i fizyki materii skondensowanej

Jacek Szczytko

Wojciech Wasilewski

Spójne oddziaływanie atomu dwupoziomowego ze światłem

przybliżenie dipolowe, optyczne równania Blocha, oscylacje Rabiego, prążki Ramseya.

Relaksacja – T_1 i T_2 . Stan stacjonarny.

Linia Lorentza.

Poszerzenie niejednorodne. Echo fotonowe.
od równań Blocha do równań kinetycznych.

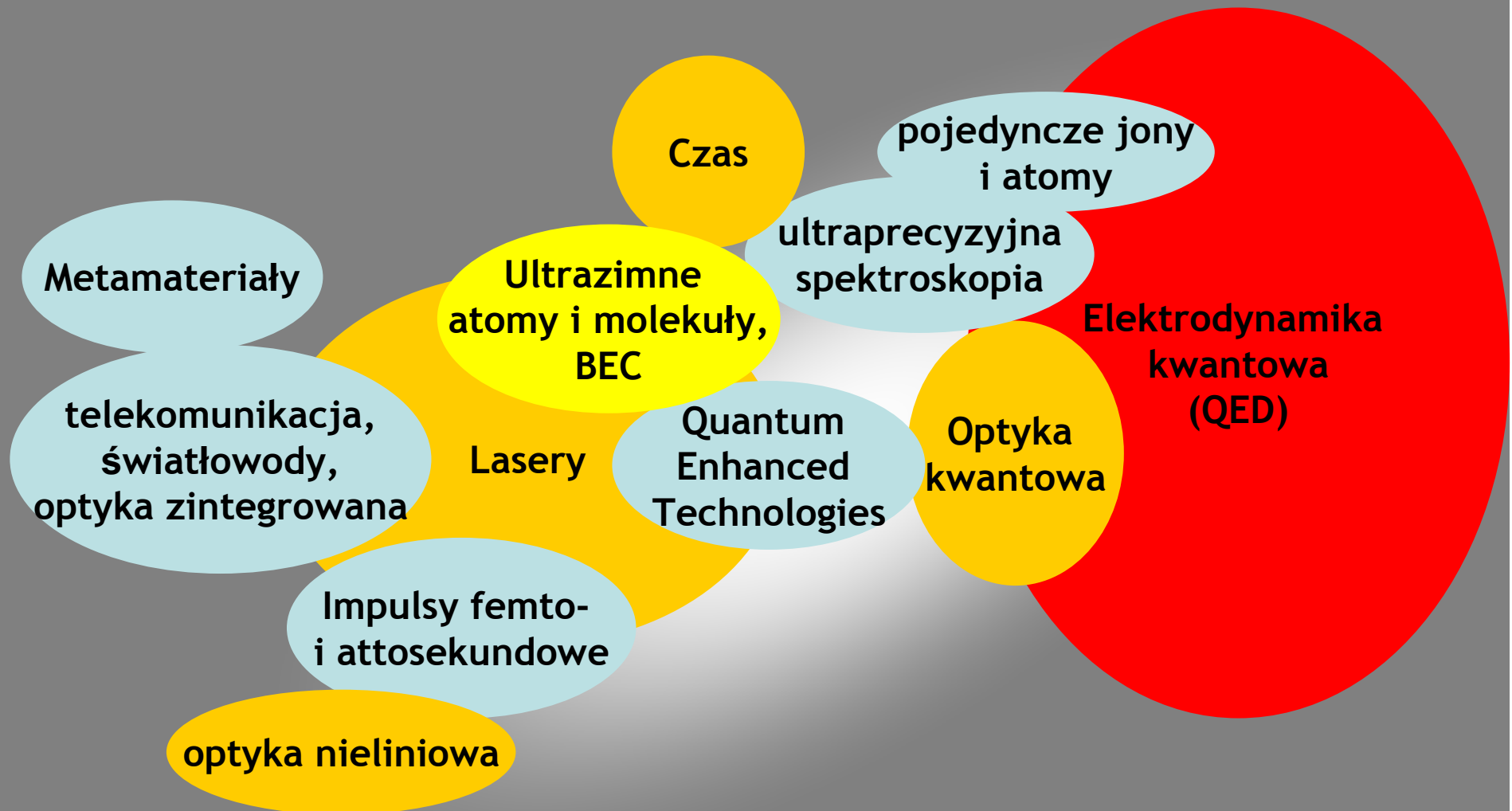
Zasady

- Wykład
- Ćwiczenia rozszerzające lub ilustrujące
- Obowiązkowe prace domowe
www.fuw.edu.pl/~wwasil/
- Egzamin
- Zasady zaliczania:
30% zadania domowe, 30% egz. pisemny,
40% egz. ustny

Plan części optycznej

- Oddziaływanie atomu ze światłem: spójnie i niespójnie
- Kwantowanie pola E-M.
- Emisja spontaniczna itp.
- Atom ze spinem i jądrem
- Efekty wielofotonowe i kolektywne

Optyka współczesna



Jeden atom (wodoru)

- Było:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left(\frac{\hat{p}^2}{2m} + U \right) \psi$$

- Nam starczy:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \underbrace{\sum_n E_n |n\rangle \langle n|}_{\hat{H}_0} \psi$$

Zaburzenie od fali E-M

- Było:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left(\frac{(p - eA)^2}{2m} + U + \phi \right) \psi$$

- Nam starczy:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H}_0 \psi + (e\vec{E} \cdot \vec{r} + \dots) \psi$$


$$e\vec{r} = \sum_{n,m} \underbrace{\langle n | e\vec{r} | m \rangle}_{\vec{d}_{n,m}} \underbrace{|n\rangle \langle m|}_{\hat{\sigma}_{n,m}}$$

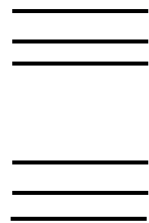
dokładne wyprowadzenie:
np. L. I. Shiff,

W obrazie oddziaływania

$$|\psi\rangle = \sum_n c_n e^{-iE_n t/\hbar} |n\rangle$$

obraz oddziaływania:
tzn. bez oddziaływania
 $c_n = \text{const}$

$$i\hbar \frac{\partial c_n}{\partial t} = \sum_m \vec{E} \cdot \vec{d}_{n,m} e^{-i\omega_{m,n} t} c_m(t)$$




$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t)$
dwa poziomy
w rezonansie

Rotating Wave Approximation

$$\hat{H} = \hbar\omega_0 \frac{\sigma_z + 1}{2} + e\vec{E} \cdot (\vec{d}\sigma_- + \vec{d}^*\sigma_+)$$

$$\hat{\sigma}_\pm = \sigma_x \pm i\sigma_y \quad \vec{E} = \underbrace{\vec{E}_0 e^{-i\omega t} / 2}_{\varepsilon^+} + \underbrace{\vec{E}_0 e^{i\omega t} / 2}_{\varepsilon^-}$$

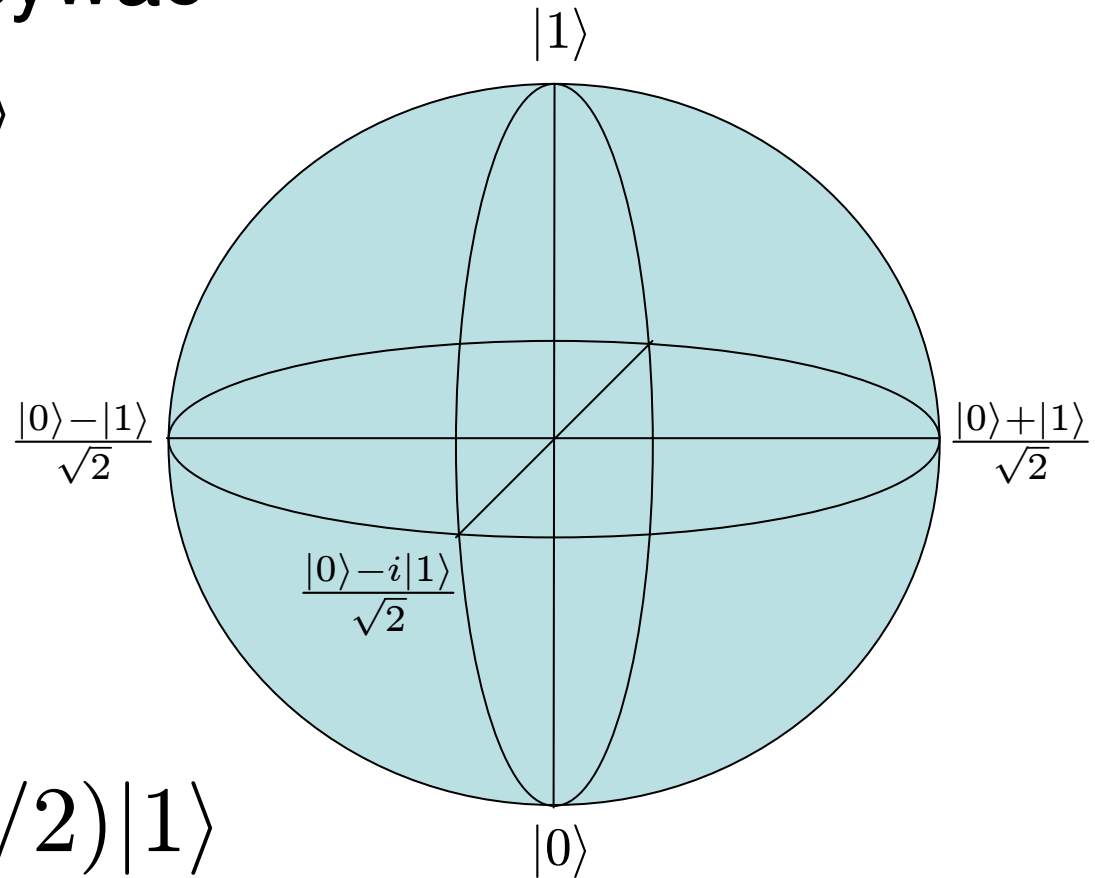
$$\hat{H} = \hbar\omega_0 \frac{\sigma_z + 1}{2} + \hbar(\Omega\sigma_- + \Omega^*\sigma_+)$$

$$\Omega = \vec{d} \cdot \vec{E}_0 e^{i\omega t} / 2$$

Sfera stanów - Sfera Blocha

- moglibyśmy opisywać

$$|\psi\rangle = c_0|0\rangle + c_1|1\rangle$$

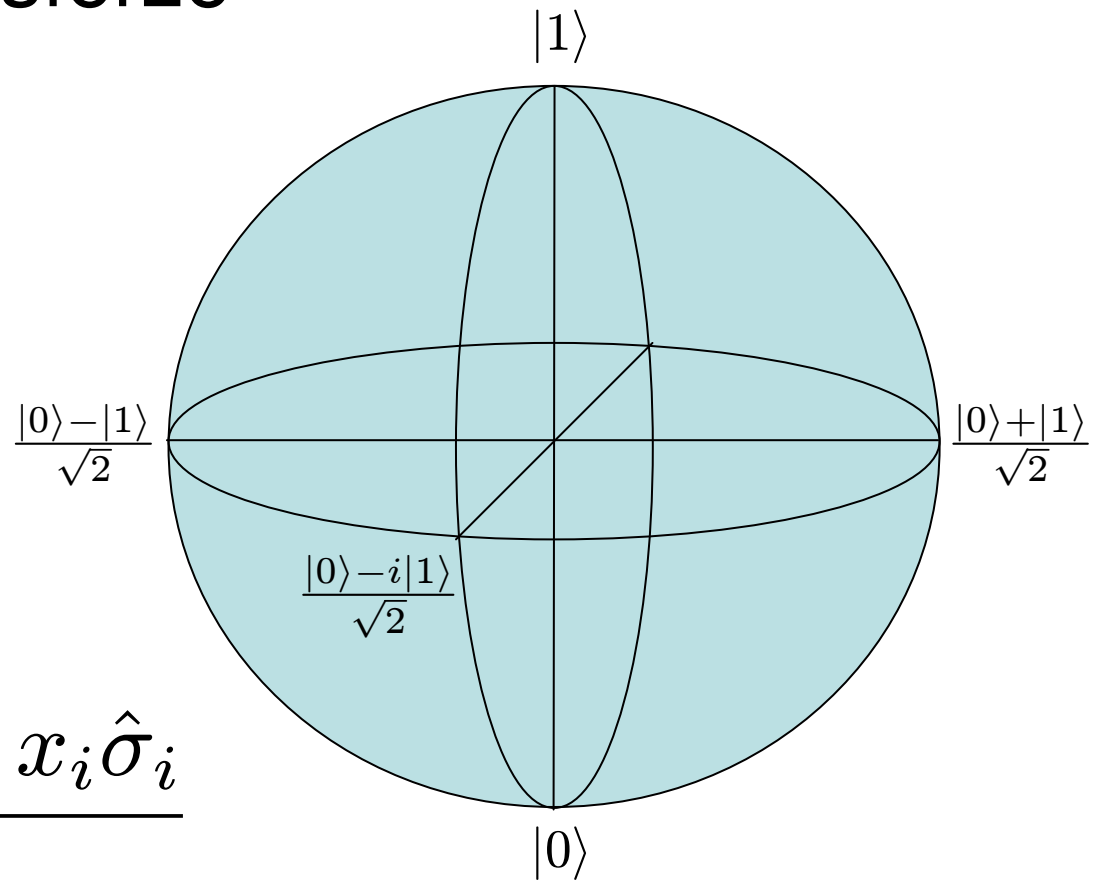


$$|\psi\rangle = \cos(\theta/2)|0\rangle + e^{i\phi} \sin(\theta/2)|1\rangle$$

Ze stanu do sfery i z powrotem

- współrzędne na sferze

$$x_i = \langle \psi | \sigma_i | \psi \rangle$$



$$|\psi\rangle\langle\psi| = \frac{\mathbf{1} + \sum_i x_i \hat{\sigma}_i}{2}$$

Ewolucja na sferze

- Bardzo wygodna analiza w obrazie Heisenberga (stan stały, zmienne operatory)

$$\frac{d\hat{\sigma}_i}{dt} = i[\hat{H}/\hbar, \hat{\sigma}_i]$$

Ewolucja na sferze

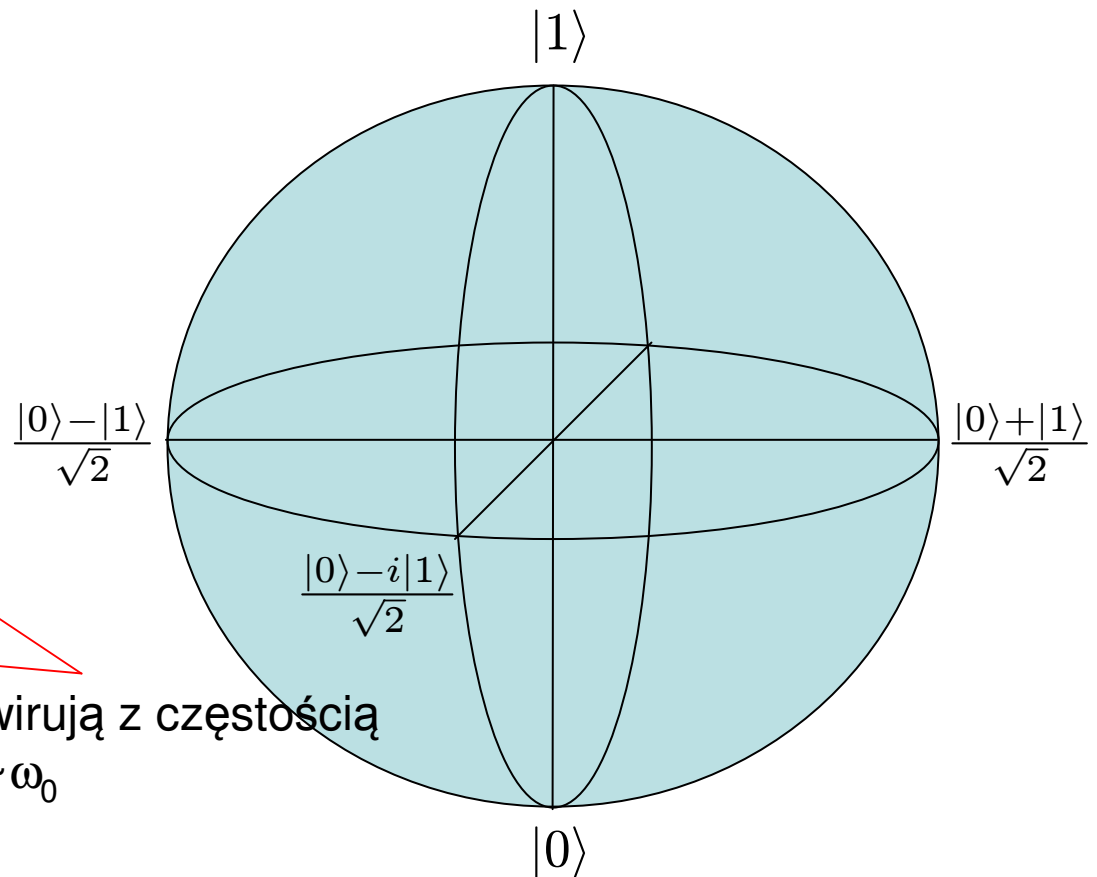
- Bardzo wygodna analiza w obrazie Heisenberga (stan stały, zmienne operatory)

$$x_i = \langle \psi | \sigma_i | \psi \rangle$$

$$i\hbar \frac{d\hat{\sigma}_i}{dt} = -[\hat{H}, \hat{\sigma}_i]$$

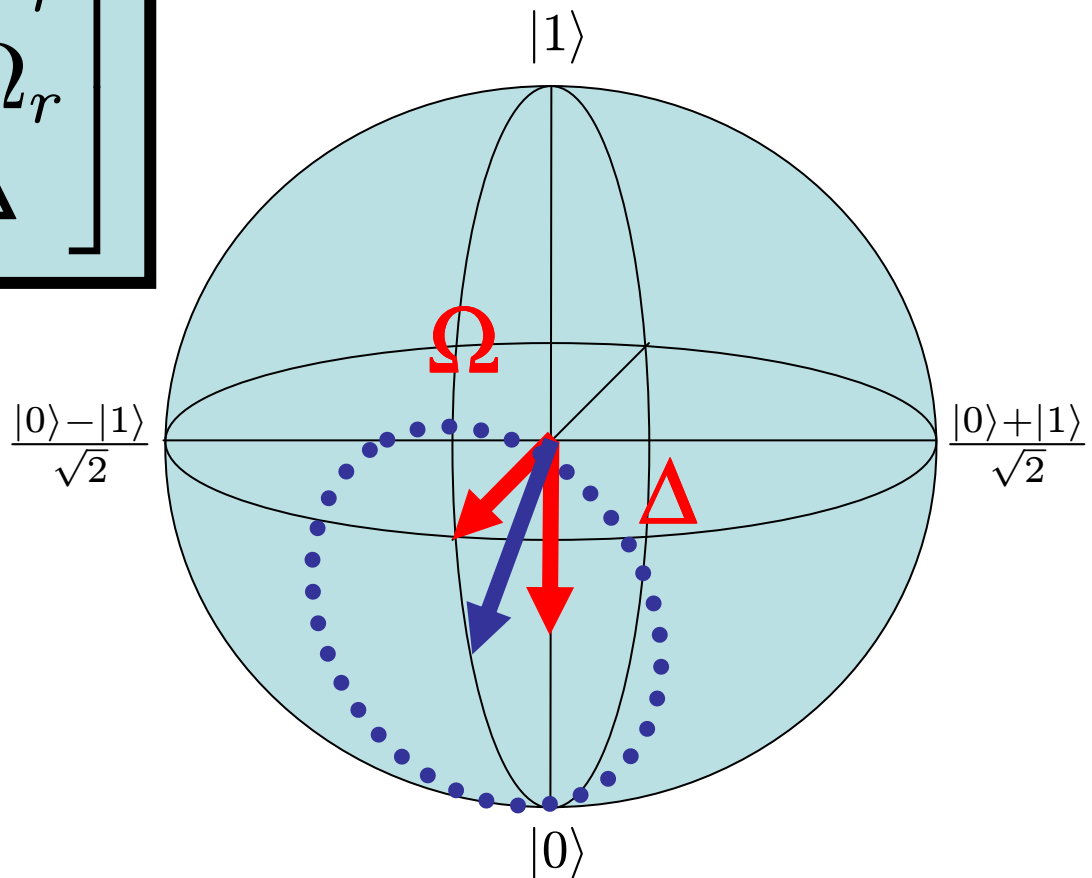
$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{x} \times \begin{bmatrix} \Re\Omega \\ \Im\Omega \\ \omega_0 \end{bmatrix}$$

wirują z częstością
 $\sim \omega_0$



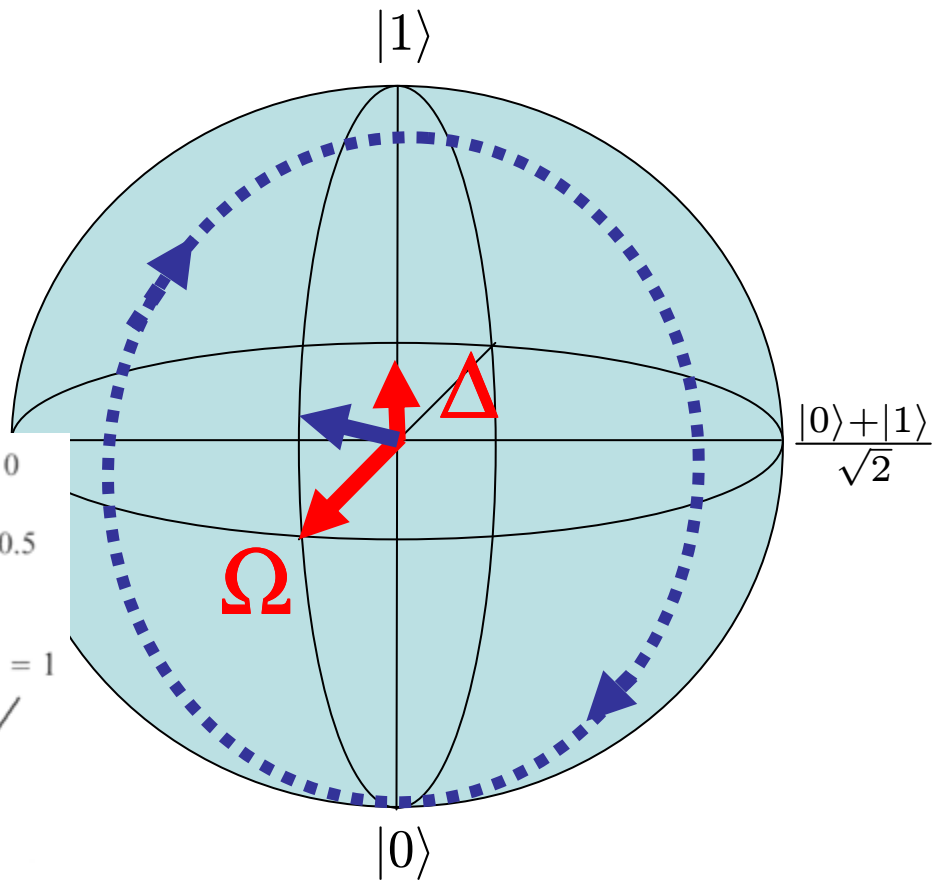
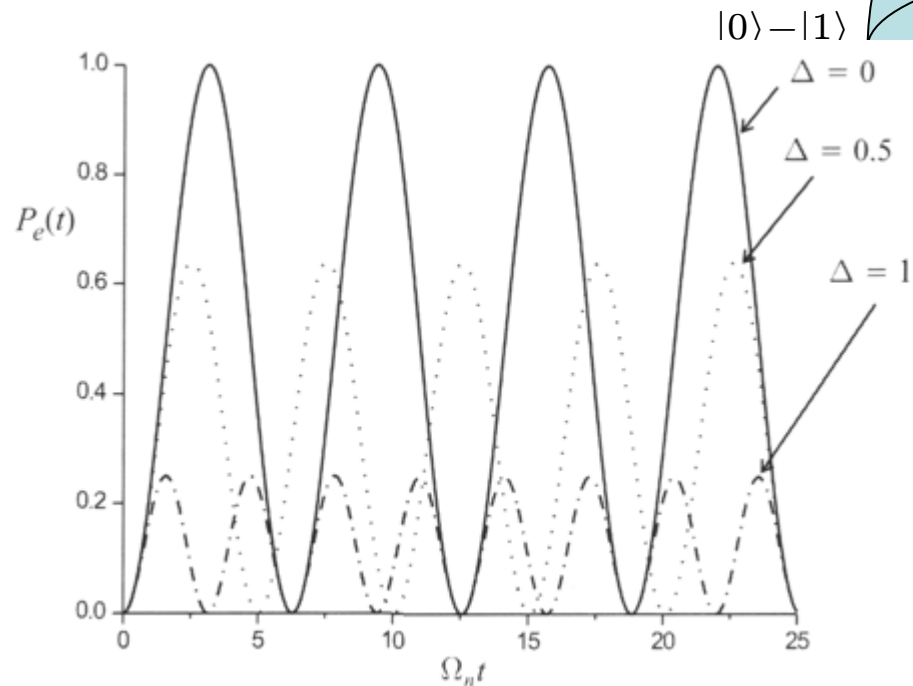
Równania Blocha w układzie wirującym wraz z polem E-M

$$\frac{d\vec{x}_r}{dt} = \vec{x}_r \times \begin{bmatrix} \Re\Omega_r \\ \Im\Omega_r \\ \Delta \end{bmatrix}$$

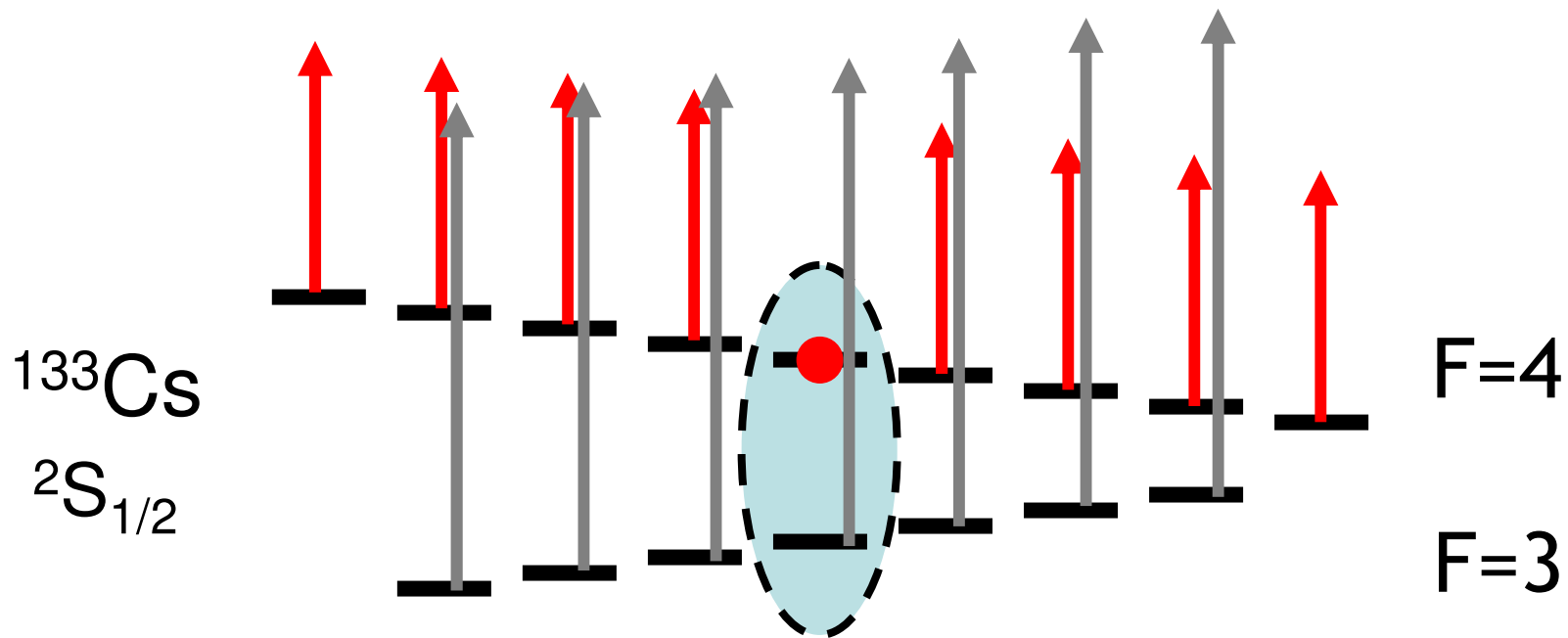


Oscylacje Rabi'ego

$$\Omega_R^2 = |\Omega|^2 + \Delta^2$$



Zastosowanie: zegar atomowy

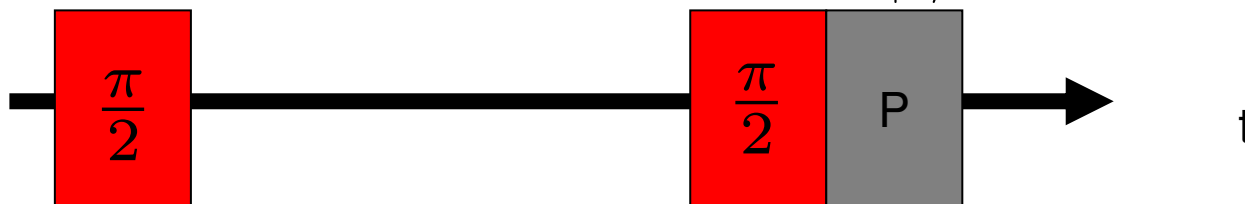
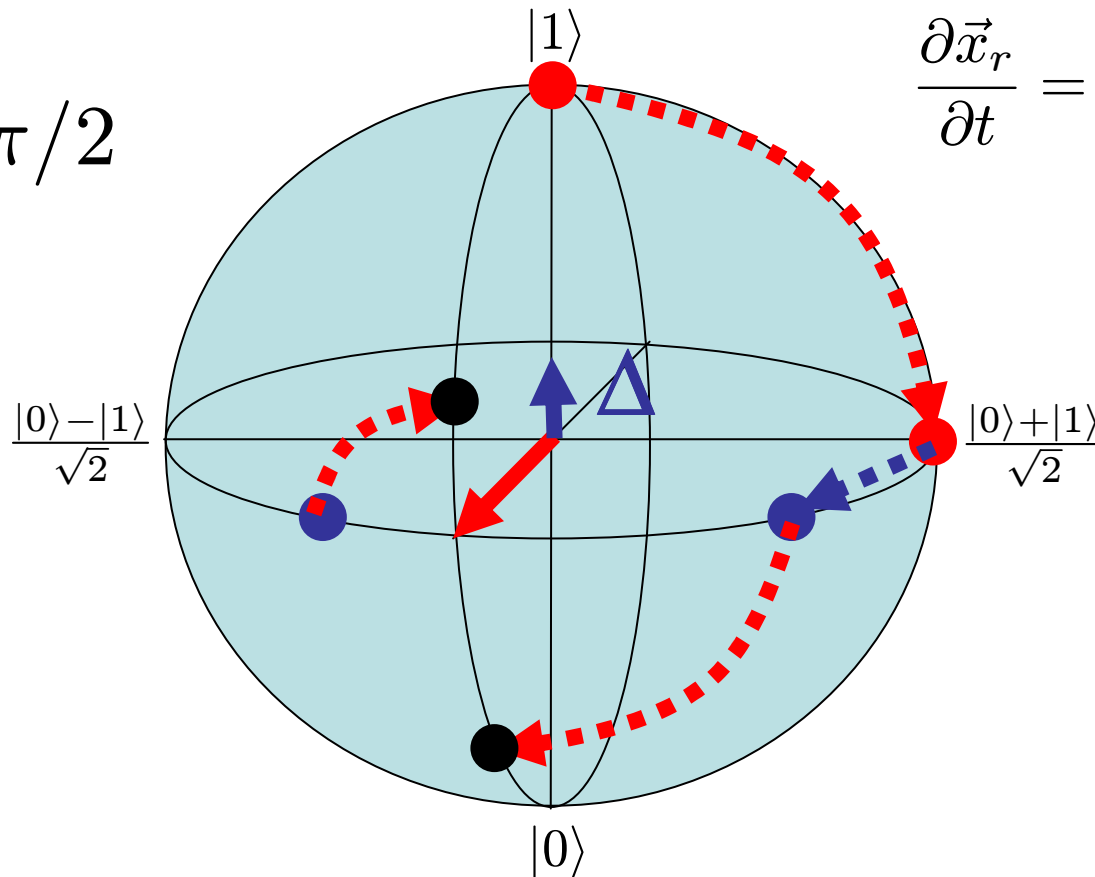


$$\omega_0 = 2\pi \cdot 9.192\ 631\ 770\text{GHz}$$

Prążki Ramseya

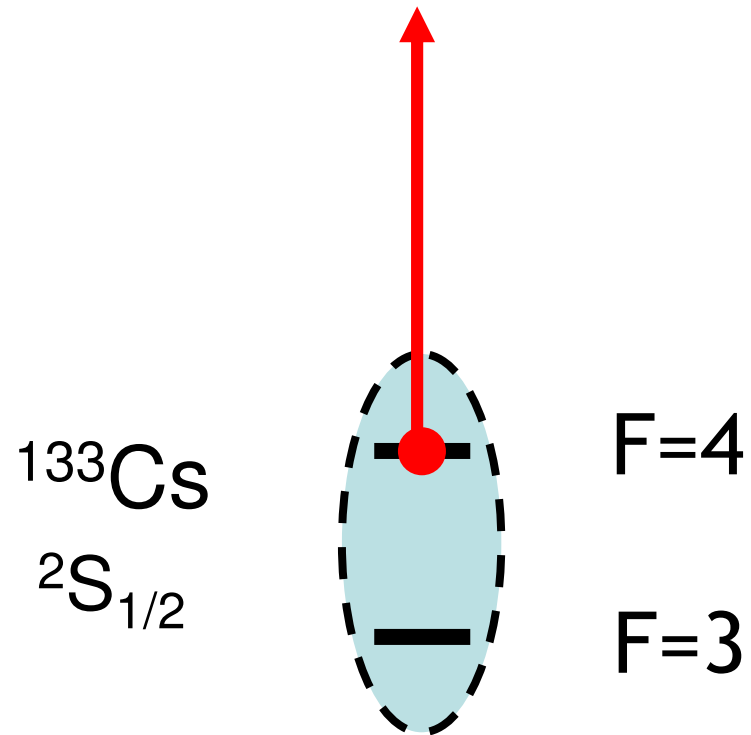
$$\Omega \cdot t = \pi/2$$

$$\frac{\partial \vec{x}_r}{\partial t} = \vec{x}_r \times \begin{bmatrix} \Re \Omega_r \\ \Im \Omega_r \\ \Delta \end{bmatrix}$$



Pomiar

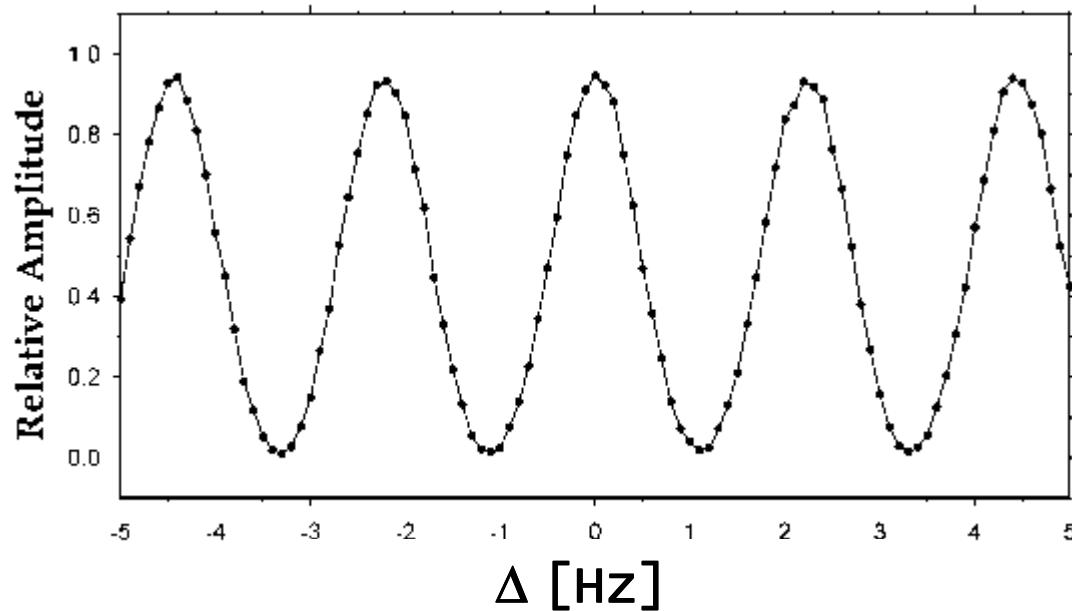
$$|\psi\rangle = \sqrt{1-p_0}|0\rangle + i\sqrt{p_0}|1\rangle$$



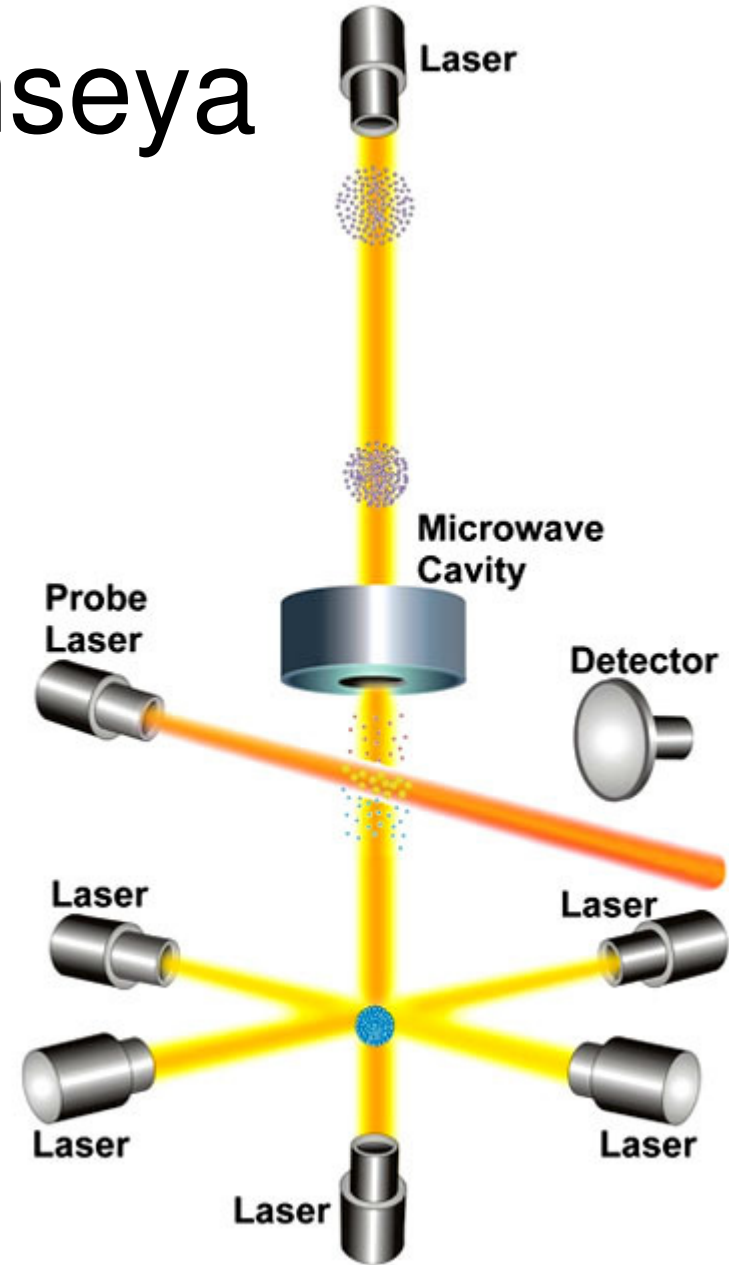
$$\omega_0 = 2\pi \cdot 9.192\,631\,770 \text{ GHz}$$

Prażki Ramseya

zegar NIST-F1, około roku 2000



$$\omega_0 = 2\pi \cdot 9\,192\,631\,770 \text{ Hz}$$

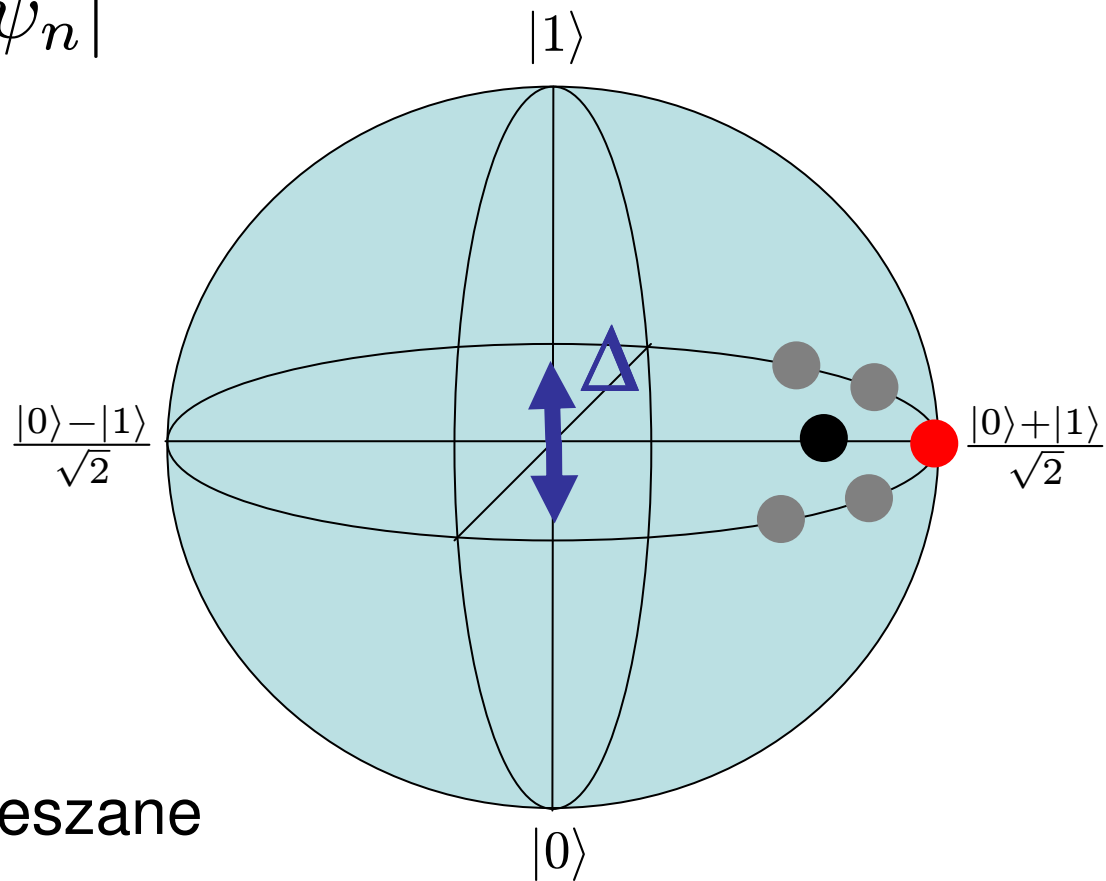




Macierz gęstości

$$\hat{\rho} = \sum_n p_n |\psi_n\rangle \langle \psi_n|$$

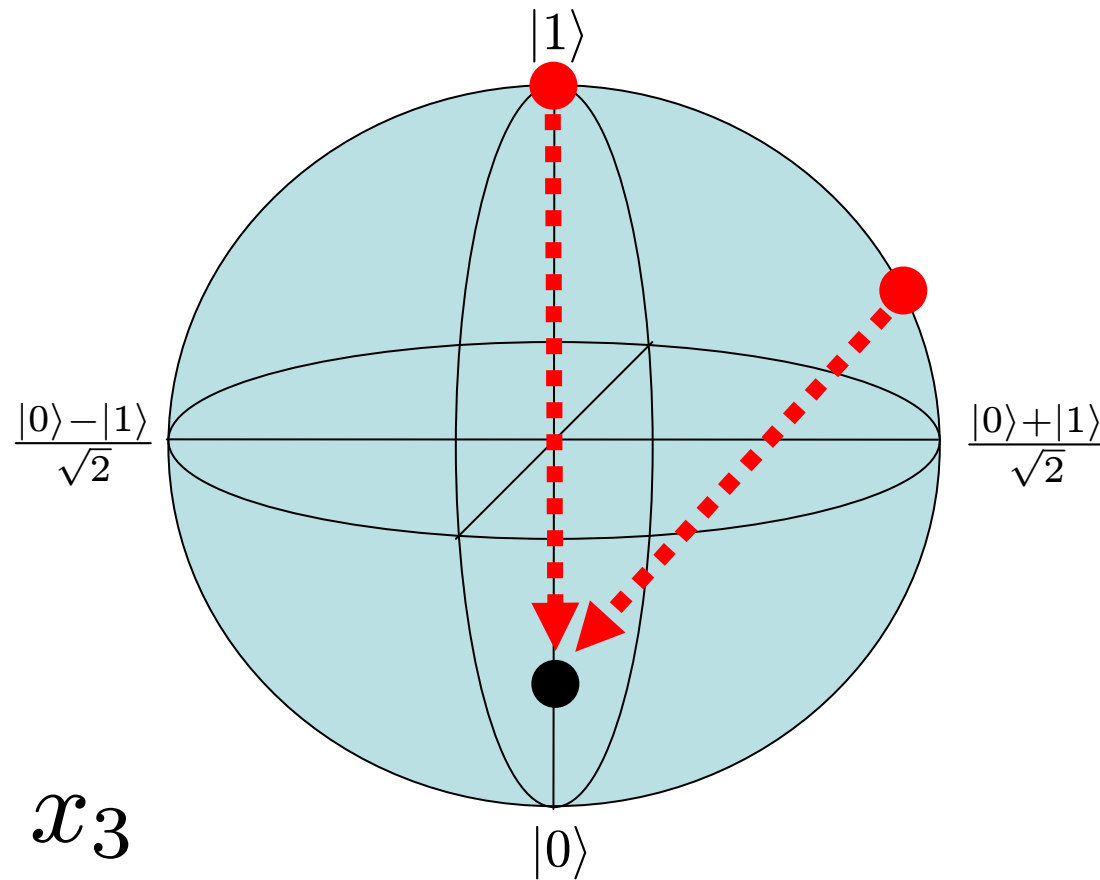
$$\hat{\rho} = \frac{\mathbf{1} + \sum_i x_i \hat{\sigma}_i}{2}$$



Sfera: stany czyste

Wnętrze kuli: stany mieszane


Relaksacja podłużna – T_1



$$\dot{x}_3 = -\frac{x_3}{T_1}$$

Relaksacja podłużna – T_1

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$


$$\left(1 - \frac{\tau}{2T_1}\right) \beta$$

$$|\beta|^2 \rightarrow (1 - \tau/T_1)|\beta|^2$$

ale stan przestaje być czysty...

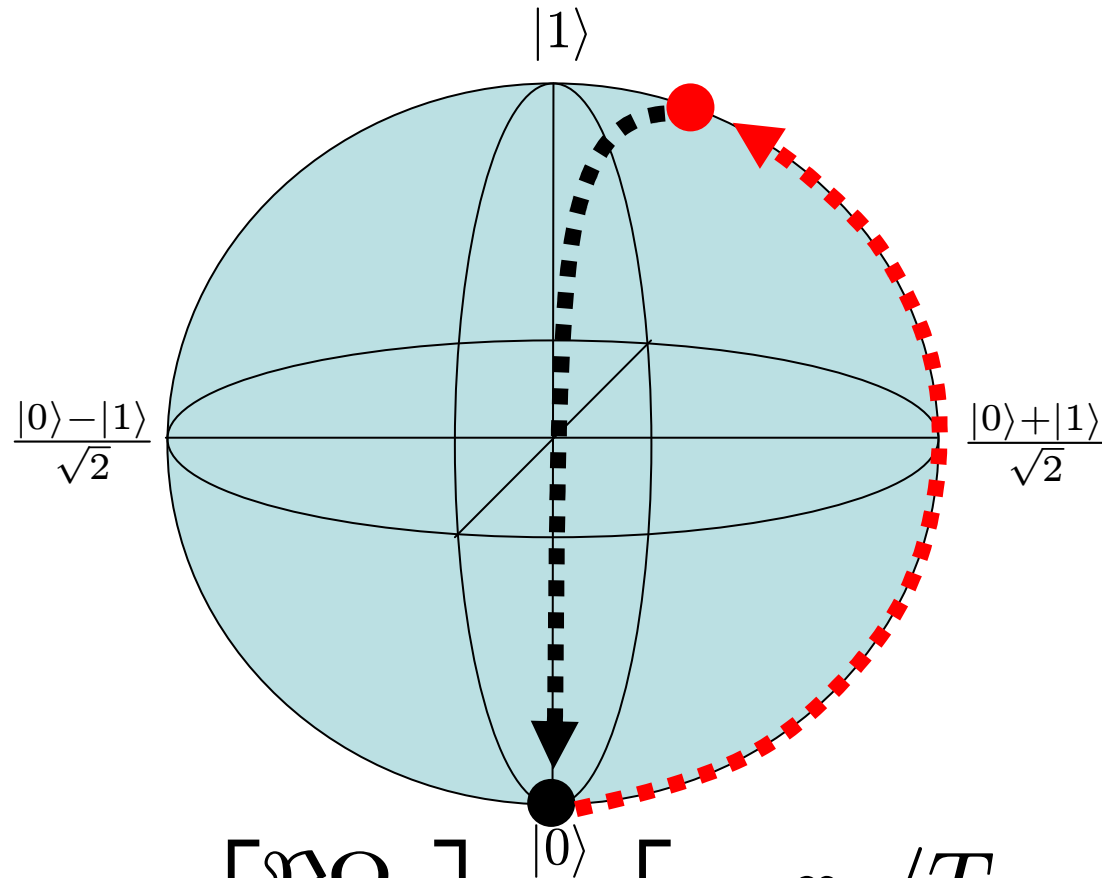
$$|\psi\rangle\langle\psi| \rightarrow \left(\alpha|0\rangle + \left(1 - \frac{\tau}{2T_1}\right)\beta|1\rangle\right) (\dots)^\dagger + \frac{\tau}{T_1}|0\rangle\langle 0|$$

$$\sigma_z \rightarrow \left(1 - \frac{\tau}{T_1}\right)\sigma_z$$

$$\sigma_x \rightarrow \left(1 - \frac{\tau}{2T_1}\right)\sigma_x$$

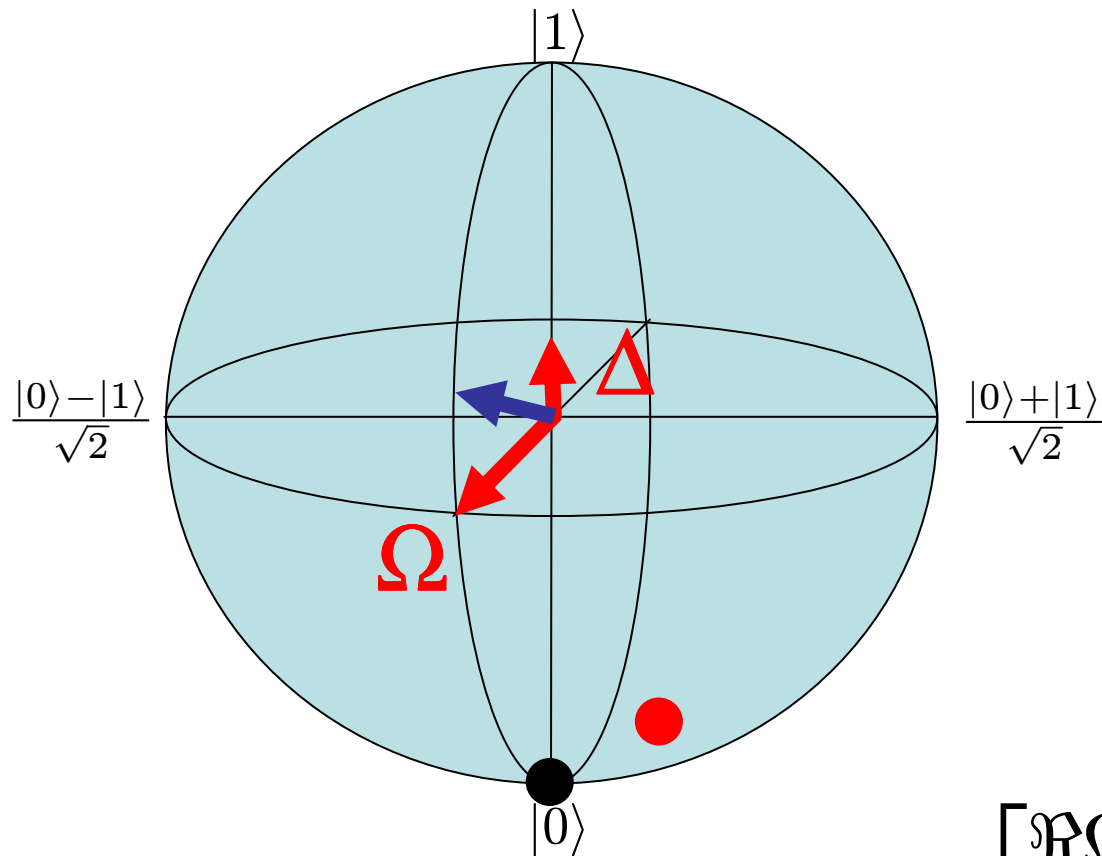
$$T_2 < 2T_1$$

Równania Blocha z relaksacją



$$\frac{d\vec{x}_r}{dt} = \vec{x}_r \times \begin{bmatrix} \Re\Omega_r \\ \Im\Omega_r \\ \Delta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_1/T_2 \\ x_2/T_2 \\ (x_3 + 1)/T_1 \end{bmatrix}$$

Stan stacjonarny



$$0 = \vec{x}_r \times \begin{bmatrix} \Re \Omega_r \\ \Im \Omega_r \\ \Delta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_1/T_2 \\ x_2/T_2 \\ (x_3 + 1)/T_1 \end{bmatrix}$$

Stan stacjonarny

$$0 = \vec{x}_r \times \begin{bmatrix} \Re \Omega_r \\ \Im \Omega_r \\ \Delta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_1/T_2 \\ x_2/T_2 \\ (x_3 + 1)/T_1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{x}_r = \frac{1}{1/T_2^2 + \Delta^2 + \Omega T_1/T_2} \begin{bmatrix} \Omega \Delta \\ \Omega/T_2 \\ -(1/T_2^2 + \Delta^2) \end{bmatrix}$$

dla słabych pól

$$\vec{x}_r \simeq \frac{[\Omega \Delta, \Omega/T_2]}{1/T_2^2 + \Delta^2}$$

Polaryzacja atomowa

$$\langle d \rangle = \langle \tilde{\sigma}_x \rangle \cos(\omega t) + \langle \tilde{\sigma}_y \rangle \sin(\omega t)$$

↑
Część dyspersyjna

↑
Część absorpcyjna

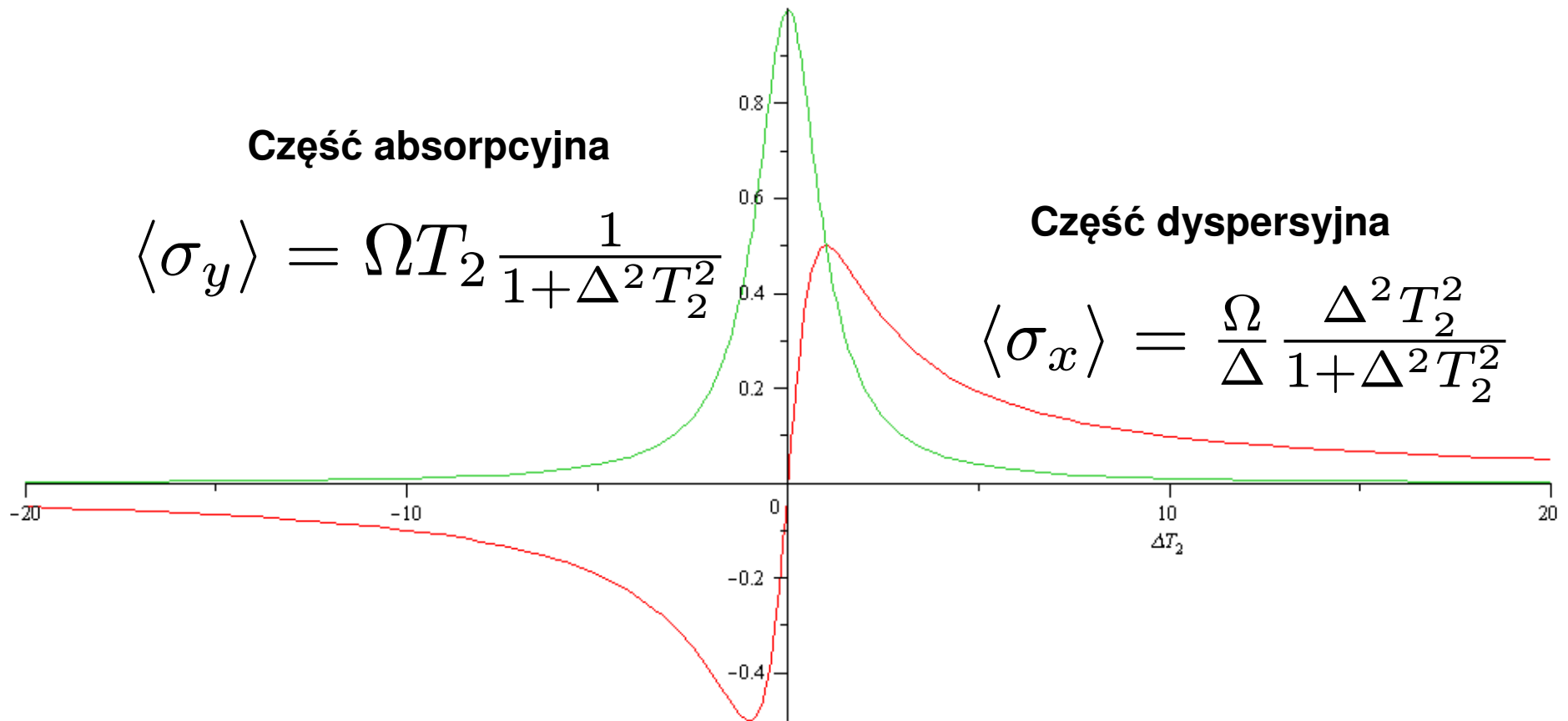
$$\vec{x}_r \simeq \frac{[\Omega\Delta, \Omega/T_2]}{1/T_2^2 + \Delta^2}$$

Polaryzacja $n\langle d \rangle = \chi\epsilon_0 E$

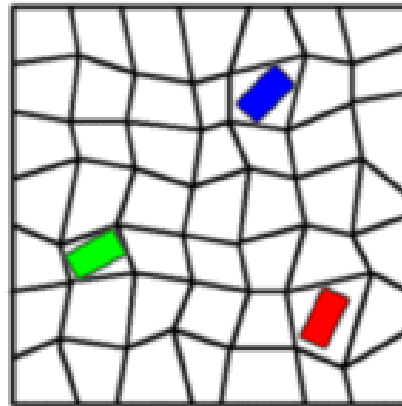
$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E = \frac{1}{c^2 \epsilon_0} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P$$

$$E = \Re\{E_0 e^{-i\omega t + ik \cdot r}\} \quad k = \sqrt{1 + \chi} \frac{\omega}{c}$$

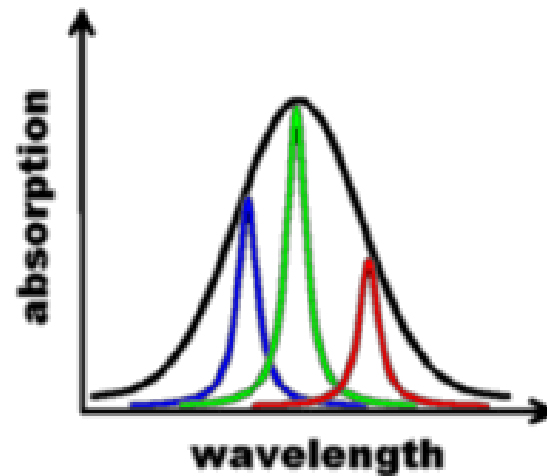
Profil Lorentza



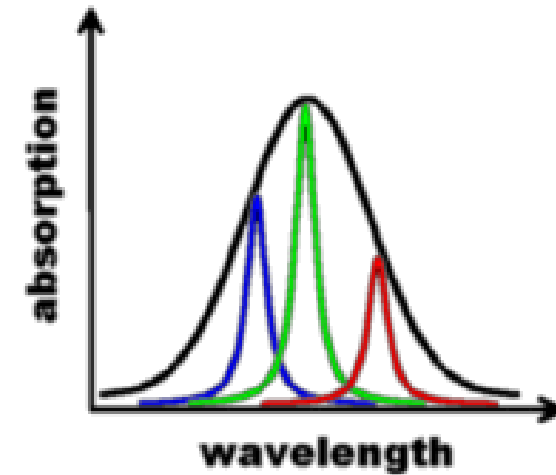
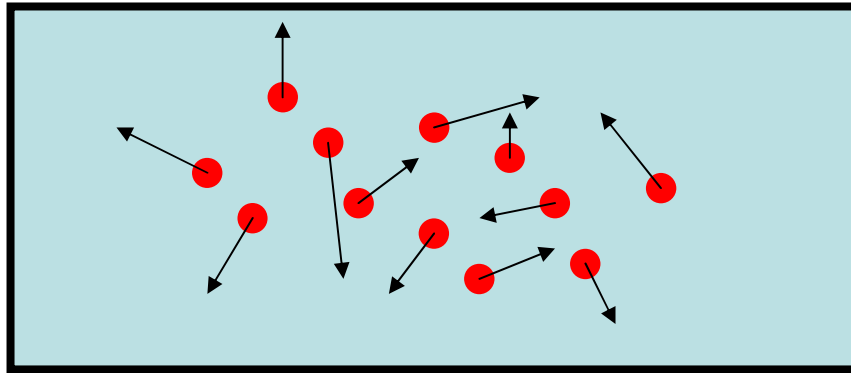
Poszerzenie niejednorodne Inhomogeneous broadening



np. Cr³⁺:Al₂O₃



Poszerzenie dopplerowskie

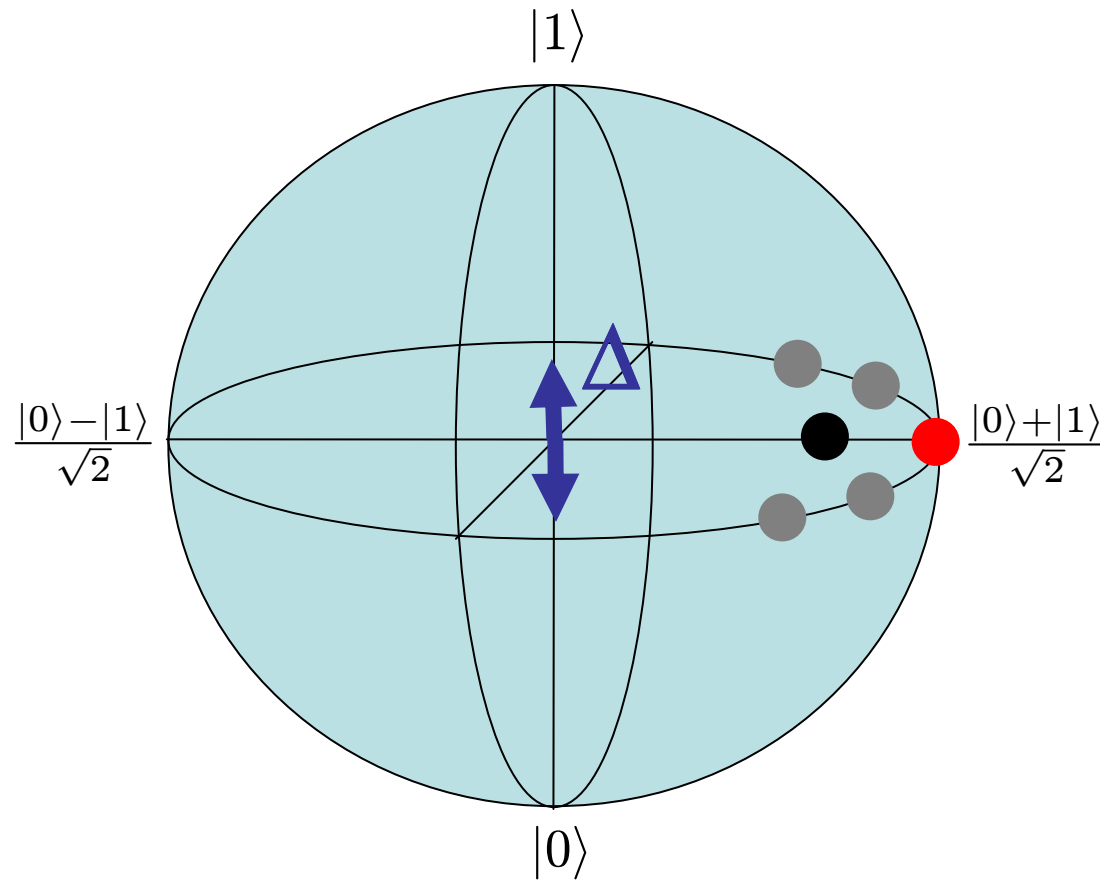


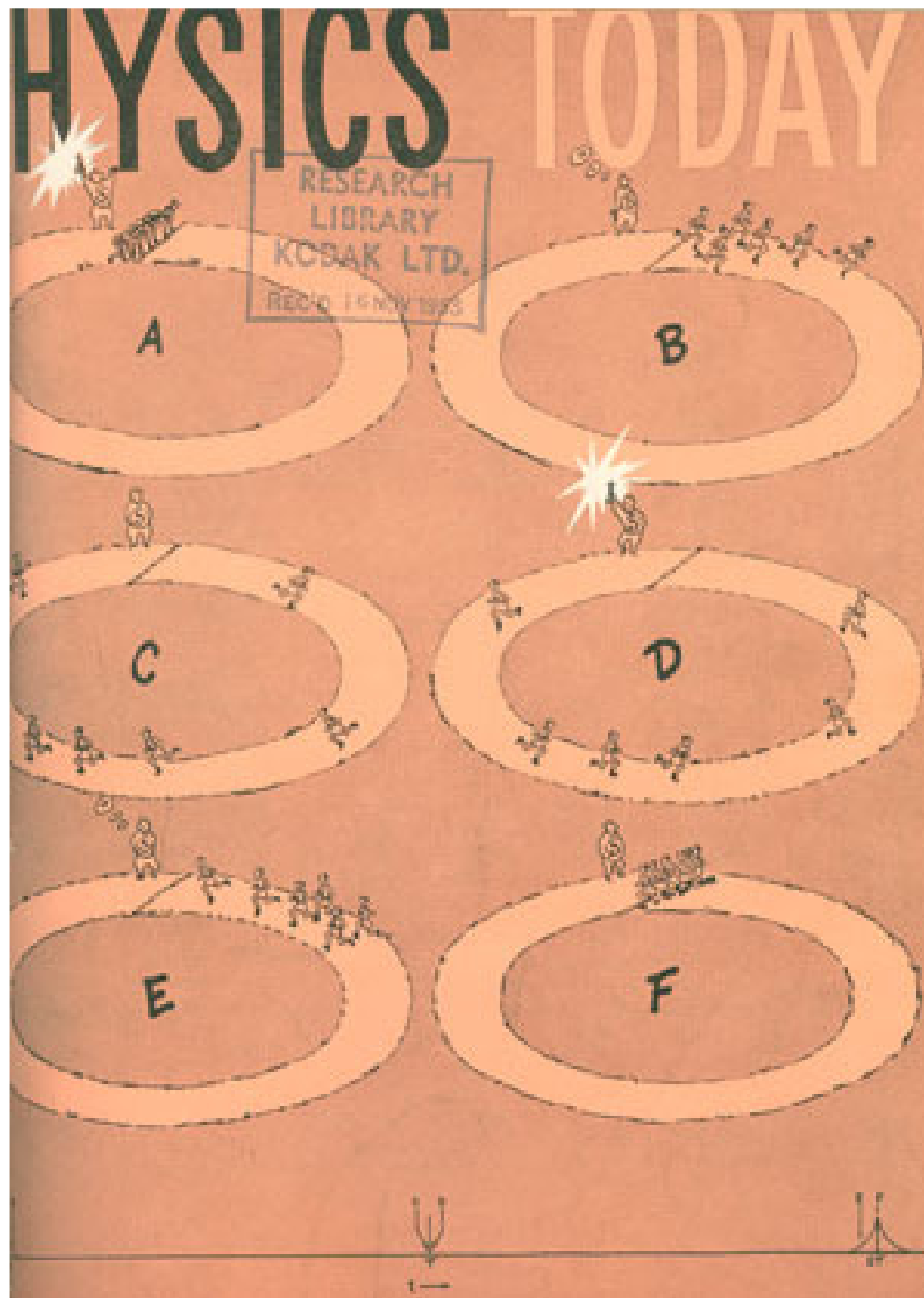
$$p(v_x) = e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}}$$

$$\alpha(\omega) \propto \int d\omega_0 p(\omega_0) \frac{1}{1 + (\omega - \omega_0)^2 T_2^2}$$

profil Voighta

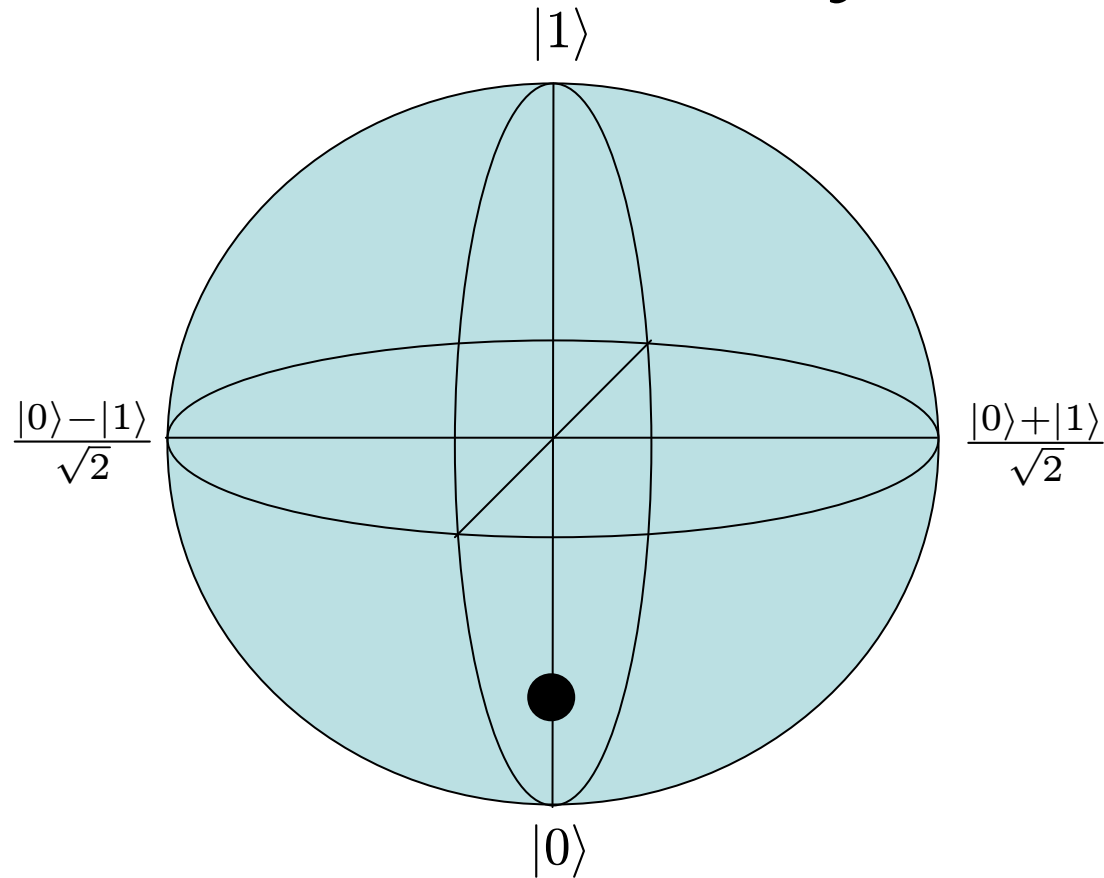
Poszerzenie niejednorodne – T_2^*





Echo
fotonowe

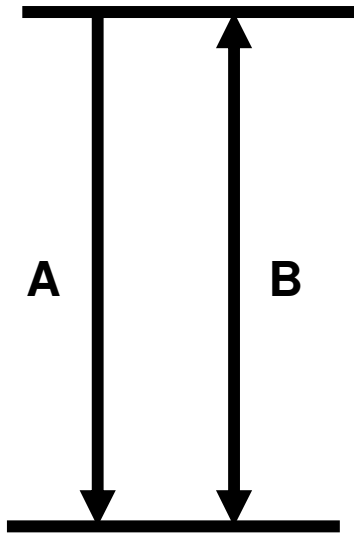
Równania kinetyczne



$$\frac{d\vec{x}_r}{dt} = \vec{x}_r \times \begin{bmatrix} \Omega_r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_1/T_2 \\ x_2/T_2 \\ (x_3 + 1)/T_1 \end{bmatrix} \quad T_2 \ll T_1$$

Równania kinetyczne

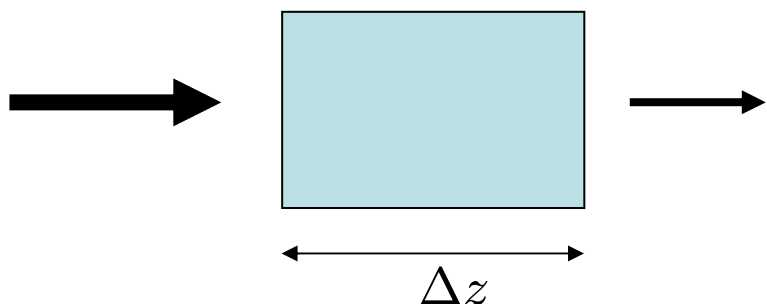
$$\frac{dx_3}{dt} = - \underbrace{\Omega^2 T_2}_{2R} x_3 - \frac{x_3 + 1}{T_1} \quad x_3 = \frac{n_1 - n_0}{N}$$



$$\dot{n}_1 = IB(n_0 - n_1) - An_1$$

$$\dot{n}_0 = IB(n_1 - n_0) + An_1$$

Absorpcja promieniowania



$$I = c \frac{\epsilon_0 E^2}{2} \quad [\text{W/cm}^2]$$

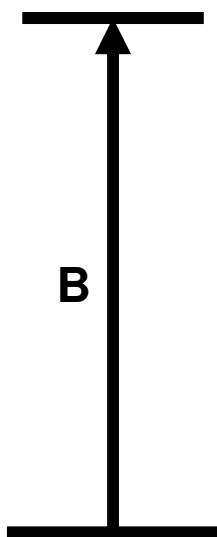
prawd. absorpcji
dla każdego atomu/s

$$R = \frac{\Omega^2 T_2}{2} = \frac{E^2 d^2 T_2}{2\hbar^2}$$

moc absorbowana

$$NR \cdot \hbar\omega$$

$$N = nA\Delta z$$



$$\frac{\Delta I}{\Delta z} = -nR \cdot \hbar\omega = -In \frac{d^2 T_2 \omega}{\hbar \epsilon_0 c} = -I\alpha = -In\sigma$$

attenuation coefficient

absorption cross section

W domu

1. Wyprowadzić równania Blocha bez tłumienia z Hamiltonianu
2. Narysować trajektorje stanów z przekroju sfery blocha pod wpływem relaksacji z $T_2=2T_1$
3. Co będzie jeśli złamiemy nierówność?
4. Znaleźć stan stacjonarny z tłumieniem
5. Znaleźć szerokość $1/e$ linii [MHz] dla par Rubidu w temperaturze pokojowej. $\lambda=795\text{nm}$, $T_2=35\text{ns}$.

Obliczanie momentów dipolowych

- http://quantummechanics.ucsd.edu/ph130a/130_notes/node422.html
- <http://mathworld.wolfram.com/SphericalHarmonic.html>