

Podstawy Fizyki I – Mechanika
Zadania domowe – Seria 2 (21 października 2016)
Rozwiązania można oddawać do: **4 listopada 2016**

Zadanie 1

Dane są 3 wektory:

$$\vec{F}_1 = 3\hat{e}_x + 2\hat{e}_y - \hat{e}_z, \quad \vec{F}_2 = 2\hat{e}_x + \hat{e}_y + \hat{e}_z, \quad \vec{F}_3 = -\hat{e}_x + 3\hat{e}_y.$$

Wyrazić wektor $\vec{F} = 3\vec{F}_2 - 5\vec{F}_1 + \vec{F}_3$ przez wersory bazy: $\hat{e}_x, \hat{e}_y, \hat{e}_z$.

Zadanie 2

Wyrazić iloczyn skalarny dwóch wektorów $\vec{A}$ i $\vec{B}$ przez składowe tych wektorów w układzie kartezjańskim.

Zadanie 3

Pokazać, że:

- a) $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$
- b) $\vec{A} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = 0$.

Zadanie 4

Wyrazić pole trójkąta przez iloczyn wektorowy dwóch wektorów. Policzyc pole trójkąta równobocznego.

Zadanie 5

Punkt materialny porusza się po linii śrubowej zadanej we współrzędnych kartezjańskich:

$$\vec{r}(t) = (A \cos \omega t, A \sin \omega t, Bt),$$

gdzie A, B i ω oznaczają pewne stałe dodatnie. Znajdź we współrzędnych walcowych:

wektor wodzący $\vec{r}$, prędkość $\vec{v}$, przyspieszenie $\vec{a}$ oraz wersory: $\hat{t}$, $\hat{n}$ i $\hat{b}$. Korzystając z otrzymanych wyników oblicz: element długości łuku ds , przebytą drogę $s(t_1, t_2)$, lokalny promień krzywizny ϱ oraz torsję T .

Zadanie 6

W kartezjańskim układzie współrzędnych w punkcie $P(x, y, z) = (-1, \sqrt{3}, 2)$ określone są dwa wektory $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z) = (1, 2, 3)$ oraz $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z) = (1, -1, 2)$. Znaleźć współrzędne punktu $P(\varrho, \varphi, z)$ oraz rozkład $\vec{A}$ i $\vec{B}$ na wersory bazy walcowego układu współrzędnych. Policzyc iloczyn skalarny i wektorowy wektorów $\vec{A}$ i $\vec{B}$ w obu układach.

Zadanie 7

Korzystając z faktu, że wersory bazy współrzędnych krzywoliniowych to $\hat{e}_{q_i} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial q_i} / |\frac{\partial \vec{r}}{\partial q_i}|$, wyraż wersory układu współrzędnych sferycznych $(q_1, q_2, q_3) = (r, \theta, \phi)$ przez wersory układu kartezjańskiego. Następnie znajdź współrzędne w układzie sferycznym wektorów: $\dot{\hat{e}}_r = \frac{d\hat{e}_r}{dt}$, $\dot{\hat{e}}_\theta = \frac{d\hat{e}_\theta}{dt}$, $\dot{\hat{e}}_\phi = \frac{d\hat{e}_\phi}{dt}$, prędkości $\vec{v}$, przyspieszenia $\vec{a}$.