

Podstawy Fizyki I – Mechanika
Zadania domowe – Seria 3 (27 października 2016)
Rozwiązania można oddawać do: **10 listopada 2016**

Zadanie 1

W układzie laboratorium znajduje się kula o promieniu R , wirująca z prędkością kątową ω wokół własnej osi. Mrówka znajdująca się na biegunie północnym kuli chce dojść po południku do równika kuli. Aby uatrakcyjnić swój ruch mrówka postanowiła, że wartość jej prędkości mierzona w układzie laboratorium będzie przez cały czas równa $\omega \cdot R$. Znajdź $\theta(t)$ oraz $\rho(\theta)$, gdzie θ – kąt polarny w układzie współrzędnych sferycznych, t – czas od początku podróży, zaś ρ – promień krzywizny. Po jakim czasie mrówka dotrze do równika? Ile wynosi ρ na biegunie i równiku? Wskazówka: Ile wynosi $\dot{\theta}$?

Zadanie 2

Ruch punktu we współrzędnych walcowych opisują równania: $\varrho(\varphi) = A \cdot (\sin \varphi + \cos \varphi)$, $\varphi(t) = \omega t$, $z(t) = 0$, gdzie A i ω oznaczają pewne stałe dodatnie, zaś ruch odbywa się od chwili czasu $t_1 = 0$ do $t_2 = \frac{3\pi}{4\omega}$. Znajdź w układzie walcowym: prędkość $\vec{v}$, przyspieszenie $\vec{a}$, wersory: styczny $\hat{t}$ i normalny $\hat{n}$ do toru, wartości przyspieszeń a_t i a_n oraz lokalny promień krzywizny R . Naskicuj tor punktu i oblicz całkowitą długość toru $s(t_1, t_2)$.

Zadanie 3

Pewien student fizyki wytresował swojego karalucha w ten sposób, że porusza się on zawsze ze stałą co do wartości prędkością v_0 względem podłoża po którym chodzi. Następnie student postawił karalucha na krawędzi podstawy stożka o promieniu R i wysokości H , i kazał mu dotrzeć do wierzchołka stożka ze stałą prędkością $v_0 = -R/T$, gdzie T jest pewną stałą dodatnią, zaś ϱ jest odległością od osi stożka. Oblicz z jaką prędkością kątową względem osi stożka musi się poruszać karaluch. Znajdź lokalny promień krzywizny toru na początku ruchu karalucha.

Zadanie 4

Punkt porusza się po okręgu o promieniu r z dużą prędkością V . Jednocześnie okrąg ten powoli obraca się ze stałą prędkością kątową ω wokół osi OZ leżącej w płaszczyźnie okręgu i odległej od jego środka o R . Przyjmij, że: okrąg leży początkowo w płaszczyźnie XZ . Licząc przybliżony wektor prędkości załóż, że $r \ll R$, a dla przybliżonego wektora przyspieszenia dodatkowo, że $\omega R \ll V$.

- Znajdź tor we współrzędnych walcowych.
- Znajdź wektor prędkości $\vec{v}$ oraz jego długość i rozwiń je w szereg względem $\omega R/V$ zachowując pierwsze nieznikające poprawki do ruchu po okręgu.
- Wykorzystując przybliżone wielkości z poprzedniego punktu oblicz promień krzywizny oraz składowe a_t i a_n przyspieszenia.
- Znajdź wektor przyspieszenia $\vec{a}$ i rozwiń go w szereg względem $\omega R/V$, oraz pokaż zgodność w wynikami uzyskanymi w punkcie c)

Zadanie 5

(Zadanie dodatkowe. Zadanie proszę rozwiązać w programie Mathematica. Rozwiązania w postaci pliku .nb przesłać na adres Artur.Kalinowski@fuw.edu.pl)

Ciało porusza się po linii śrubowej nawiniętej na stożek:

$$\vec{r}(t) = \hat{e}_x \cdot \alpha t \cdot \cos \omega t + \hat{e}_y \cdot \alpha t \cdot \sin \omega t + \hat{e}_z \cdot \beta t,$$

gdzie α , β i ω to pewne stałe. W chwili $t = 0$ ciało znajduje się w wierzchołku stożka. Oblicz:

- długość łuku $s(t)$
- prędkość $\vec{v}$ i wersor styczny $\vec{t}$
- krzywiznę i torsję toru
- składową styczną i normalną przyspieszenia.

Zadanie 6

(Zadanie dodatkowe. Rozwiązanie porównać ze zbiorem J. Araminowicza)

Znaleźć tor, po którym biegnie pies goniąc zająca uciekającego po prostej. Pies i zając mają stałe prędkości odpowiednio v i c , przy czym prędkość psa jest stale skierowana do zająca. W chwili $t = 0$ pies znajduje się w punkcie $(0, 0)$ a zając w $(a, 0)$, zaś prosta ucieczki zająca jest równoległa do osi OY . Przedyskutuj przypadki: $v < c$, $v = c$ i $v > c$.