

Podstawy Fizyki I – Mechanika

Zestaw 1. (1 października 2019)

Pochodne funkcji

Zad. 1. Policzyc pochodne funkcji jednej zmiennej:

- a) $\frac{4x^7 + 3x^5 - 2x^4 + 7x - 2}{3x^4}$ (jako pochodną sumy funkcji)
- b) $x^2 \sin x$ (jako pochodną iloczynu funkcji)
- c) $\tan x$ (jako pochodną ilorazu funkcji)
- d) $\sin x^2$ (jako pochodną funkcji złożonej)
- e) $\arctan x$ (jako pochodną funkcji odwrotnej)

Zad. 2. Policzyc pochodne cząstkowe funkcji $f(x, y) = x^2 y^3 + x \sin y$.

Zad. 3. Rozwinąć funkcję $f(x)$ w szereg potęgowy $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d^n f}{dx^n} \Big|_{x=x_0} \frac{(x-x_0)^n}{n!}$ wokół punktu $x_0 = 0$, a następnie policzyć pochodną f' :

- a) $f(x) = e^x$
- b) $f(x) = \cos x$

Całki funkcji

Zad. 4. Policzyc całki nieoznaczone:

- a) $\int x \cos x \, dx$ (metodą całkowania przez części)
- b) $\int \frac{1}{x^2 - x - 6} \, dx$ (metodą rozłożenia na pierwiastki)

Zad. 5. Policzyc całki nieoznaczone:

- a) $\int \sin x \cos x \, dx$
- b) $\int \ln x \, dx$
- c) $\int e^{ax} \cos bx \, dx$

Zad. 6. Policzyc pole powierzchni ograniczonej prostymi $y = ax$, $y = 0$ i $x = b$ korzystając z całek oznaczonych.

Wektory

Zad. 7. Dany jest wektor $\vec{A} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 = (3, 4, 5)$:

- a) znaleźć długość wektora $\vec{A}$
- b) znaleźć składowe wektora w kierunku wektora $\vec{A}$
- c) ile wynosi długość rzutu wektora $\vec{A}$ na płaszczyznę XY ?
- d) znaleźć i narysować wektor leżący na płaszczyźnie XY oraz prostopadły do $\vec{A}$.

Zad. 8. Wektor $\vec{A} = (5, 3, -4)$ rozłożyć na 2 wektory składowe, z których jeden jest równoległy, a drugi prostopadły do danego wektora $\vec{B} = (1, 1, 0)$.

Zad. 9. Dana jest macierz: $\Omega = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$.

a) Rozwiąż układ równań: $\Omega \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ metodą wyznaczników

b) Znajdź iloczyn macierzy $\Theta \cdot \Omega$, gdzie $\Theta = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

c) Oblicz $\Theta \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Zad. 10. Znaleźć iloczyn wektorowy dwóch wektorów $\vec{A} = (1, 2, 3)$ i $\vec{B} = (4, 0, 0)$.