

Podstawy mechaniki

Zestaw 2 (11 października 2019)

Opis ruchu we współrzędnych kartezjańskich

Zad. 1. Znaleźć: tor, prędkość $\vec{v}$, przyspieszenie $\vec{a}$ oraz jego składowe a_t i a_n dla punktu znajdującego się na obręczy toczącej się ze stałą prędkością kątową ω w układzie odniesienia związanym ze środkiem obręczy oraz z ziemią.

Zad. 2. Punkt materialny porusza się po linii śrubowej zadanej we współrzędnych kartezjańskich: $\vec{r}(t) = (A \cos \omega t, A \sin \omega t, Bt)$, gdzie A , B i ω oznaczają pewne stałe dodatnie. Znaleźć: element długości łuku $ds(t)$, drogę $s(t_1, t_2)$, wersory $\vec{t}$ i $\vec{n}$, lokalny promień krzywizny ϱ , przyspieszenia: $\vec{a}$, a_t i a_n .

Opis ruchu we współrzędnych krzywoliniowych

Zad. 3. Pewne pole wektorowe $\vec{A}(\vec{r})$ ma w punkcie $P(x, y, z) = (\sqrt{2}, \sqrt{2}, 2\sqrt{3})$ w kartezjańskim układzie współrzędnych wartość $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z) = (1, -2, 3)$. Znaleźć współrzędne punktu $P(r, \vartheta, \varphi)$ oraz rozkład $\vec{A}$ na wersory $\hat{e}_r, \hat{e}_\vartheta, \hat{e}_\varphi$. Policz długość wektora $\vec{A}$ w układzie sferycznym.

Zad. 4. Jak wyglądają współrzędne wektorów: $\vec{r}$ (wektor wodzący), $\vec{v}$ (prędkość) i $\vec{a}$ (przyspieszenie) w układach: kartezjańskim, walcowym i sferycznym?

Zad. 5. Wyraż element długości łuku w układzie kartezjańskim, walcowym i sferycznym.

Zad. 6. W czterech rogach kwadratowego sufitu znajdują się 4 pająki. W pewnej chwili zaczynają się gonić wzajemnie. Pająki poruszają się ze stałą prędkością v_0 skierowaną wzdłuż prostej łączącej danego pająka z poprzedzającym go. Znaleźć:

- równanie toru dowolnego pająka w postaci parametrycznej $r(t), \varphi(t)$
- czas do wzajemnej konsumpcji
- równanie toru w postaci uwikłanej $r(\varphi)$
- przyspieszenia: a_r, a_φ, a_t, a_n , całkowitą drogę s , promień krzywizny ϱ .