

Podstawy mechaniki

Zestaw 5 (21 listopada 2019)

Siły centralne, grawitacja

Zad. 1. Wyprowadzić związek siły radialnej z torem (wzór Bineta). Znaleźć równanie toru w postaci uwikłanej, jeśli dane są: energia całkowita E , energia potencjalna $U(r)$ i moment pędu $\vec{L}$.

Zad. 2. Kulka o masie m przywiązana do końca nieważkiej nici porusza się bez tarcia po poziomej płaszczyźnie. Przez otwór w płaszczyźnie nić wciągana jest ze stałą prędkością u . W chwili początkowej kulka znajdowała się w odległości R od otworu, a jej prędkość transwersalna względem otworu wynosiła v_0 .

- a) Rozwiązując równanie ruchu znaleźć: współrzędne kulki $r(t)$ i $\varphi(t)$, tor $r(\varphi)$ oraz siłę $\vec{F}$ działającą na kulkę.
- b) Znaleźć: $r(t)$, $\varphi(t)$, $r(\varphi)$ i $\vec{F}$ korzystając z własności sił centralnych.
- c) Znaleźć pracę wykonaną przez siły pola (nitkę) przy przesunięciu kulki z $r = R$ do $r = \varrho$ rachunkiem bezpośrednim oraz korzystając z faktu, że siła jest zachowawcza.

Zad. 3. Przedyskutować możliwe orbity cząstki w potencjale przyciągającym: $U(r) = -\frac{\alpha}{r^2}$, gdzie stała $\alpha > 0$.

Zad. 4. Rozwiązać równanie ruchu w problemie Keplera i znaleźć tor.

Zad. 5. Dla elipsy $r(\varphi) = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$ znaleźć wielką i małą półoś.

Zad. 6. Wyprowadzić III prawo Keplera dla układu dwóch ciał o masach m i M .

Zad. 7. Znaleźć związek między prędkością a odległością składników o masach m i M w problemie Keplera. Obliczyć I i II prędkość kosmiczną dla ciała o masie $m \ll M$.

Zad. 8. Wyznaczyć masę układu podwójnego gwiazd, jeśli odległość między składnikami układu jest stała i wynosi r , zaś czas obiegu wynosi T .

Zad. 9. Dwie jednakowe kule o masie m (oraz o zaniedbywalnym promieniu) w chwili początkowej spoczywały w odległości R od siebie. Po jakim czasie kule zderzą się ze sobą? Wykonaj obliczenia dla $R = 1 \text{ m}$ i $m = 1 \text{ kg}$.