

Podstawy mechaniki

Zadania domowe – Seria 5 (21 listopada 2019)

Zadanie 1

Foton o energii E pada na spoczywający elektron o masie m_e , na skutek czego foton (już o innej energii) zostaje rozproszony pod kątem θ . Pod jakim kątem θ^* względem początkowego kierunku ruchu widziany będzie foton w układzie środka masy?

Odpowiedź: $\cos(\theta^*) = \frac{\cos(\theta) - \beta}{1 - \beta \cos(\theta)}$

Zadanie 2

Oblicz minimalną energię protonów E_p w akceleratorze potrzebną do wyprodukowania antyprotonów na nieruchomej tarczy składającej się z jąder danego pierwiastka X :

$$p + X \longrightarrow X + p + p + \bar{p}.$$

Wykonaj obliczenia dla tarczy wodorowej, przyjmując: $m_X = m_p = 938 \text{ MeV}/c^2$.

Odpowiedź: $E_p = m_p c^2 (4 \frac{m_p}{m_X} + 3)$

Zadanie 3

Pion o masie m_π rozpadł się w atmosferze na wysokości h na mion o masie m_μ i neutrino o zaniedbywalnej masie ($\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$). Rozpad zaszedł w ten ciekawy sposób, że kierunki ruchu pionu, mionu i neutrino były jednakowe i prostopadłe do powierzchni Ziemi. Następnie mion rozpadł się na elektron i dwa neutrino ($\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$) tuż nad powierzchnią Ziemi po czasie τ mierzonym w układzie spoczynkowym mionu. Jaka była prędkość v pionu?

Odpowiedź: $v = \frac{\beta_\mu \pm (1 - \beta_\mu^2) \frac{p'_\mu}{m_\mu} \sqrt{\left(\frac{p'_\mu}{m_\mu}\right)^2 + 1}}{1 + (1 - \beta_\mu^2) \frac{p'_\mu}{m_\mu}}, \beta_\mu = \frac{h}{\sqrt{h^2 + (c\tau)^2}}, p'_\mu = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi}$

Zadanie 4

Cząstka Λ lecąca z prędkością $\vec{v}$ w układzie LAB uległa rozpadowi: $\Lambda \rightarrow \pi^- + p$. Znajdź kąt emisji protonu (względem kierunku $\vec{v}$) w układzie LAB, jeśli w układzie środka masy wynosi on θ^* .

Odpowiedź: $(p_p^*)^2 = \frac{(m_\Lambda^2 + m_\pi^2 - m_p^2)^2 - 4m_\pi^2 m_\Lambda^2}{4m_\Lambda^2} \text{tg}(\theta) = \frac{p_p^* \sin(\theta^*)}{\gamma(\beta E_p^* + p_p^* \cos(\theta^*))}$

Zadanie 5

Rakieta kosmiczna przyszłości zabiera na pokład pewną ilość antymaterii, która stanowi mniej niż połowę całkowitej masy startowej M . Napęd rakiety polega na stopniowej anihilacji i kierowaniu wytworzonego promieniowania (fotonów) w kierunku przeciwnym do pożądanego kierunku lotu. W pewnej chwili masa spoczynkowa rakiety wynosi $m < M$. Jaka jest w tym momencie prędkość rakiety względem początkowego układu odniesienia?

Odpowiedź: $v = \frac{M^2 - m^2}{M^2 + m^2} c$

Zadanie 6

Mion o masie m_μ rozpadł się na dwa bezmasowe (w bardzo dobrym przybliżeniu) neutrino oraz elektron o masie m_e . Rozpad nastąpił w ten ciekawy sposób, że w układzie własnym mionu, po jego rozpadzie, elektron spoczywał. Ponadto w układzie laboratorium kąt rozlotu neutrino wynosił $\pi/3$, a ich energie były równe. Znajdź energię mionu oraz wektory pędów produktów jego rozpadu w układzie laboratorium.

Odpowiedź: $E_\mu = 2m_\mu c^2, \vec{p}_e = (\sqrt{3}m_e c, 0), \vec{p}_{\nu,1} = c \frac{m_\mu - m_e}{2} (\sqrt{3}, 1), \vec{p}_{\nu,2} = c \frac{m_\mu - m_e}{2} (\sqrt{3}, -1)$

Zadanie 7

Cząstka Higgsa o masie $m_H = 126 \text{ GeV}/c^2$ rozpadła się na dwa fotony w ten sposób, że w układzie LAB ich tory tworzyły kąt $\theta = \pi/2$, a energia jednego z fotonów wynosiła $E_1 = 70 \text{ GeV}$. Ile wyniosła energia E_2 drugiego fotonu?

Odpowiedź: $E_2 = \frac{m_H c^2}{2E_1} = 113.4 \text{ GeV}$