

Wpływ pola magnetycznego na plazmę w półprzewodnikach

Założenia

- pole magnetyczne \mathbf{B} nie wpływa na polaryzację rdzeni atomowych (zatem ϵ_∞ nie zależy od \mathbf{B})
- pole magnetyczne nie wpływa na polaryzację, ani na częstości własne modów fononowych

Jedyny wpływ pola magnetycznego na polaryzację wynika z jego wpływu na zachowanie swobodnych nośników!

Wpływ pola magnetycznego na plazmę (w półprzewodnikach)

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_L(\omega) + \frac{i\sigma}{\omega\varepsilon_0} \quad \varepsilon_L(\omega) \text{ - funkcja dielektryczna sieci bez nośników swobodnych}$$

Pole magnetyczne modyfikuje ruch nośników poprzez siłę Lorentza

Równanie ruchu



Tensor przewodnictwa



Tensor dielektrycznej

$$m^* \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + e\vec{v} \times \vec{B} - \frac{m^* \vec{v}}{\tau}$$

Pole elektryczne zmienne w czasie

Periodyczny w czasie „dodatek”
do prędkości nośników

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(-i\omega t) \quad \Rightarrow \quad \vec{v} = \vec{v}_0 \exp(-i\omega t)$$

Znając zależność prędkości od pola magnetycznego spróbujemy znaleźć tensor przewodnictwa:

$$\text{(dla elektronów)} \quad \vec{j} = -en\vec{v} = \sigma\vec{E}$$

Zacznijmy od prędkości:

$$\vec{E} = [E_x, E_y, E_z]$$

$$\vec{v} = [v_x, v_y, v_z]$$

Wybieramy: $\vec{B} = [0, 0, B]$



$$\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} e_x & e_y & e_z \\ v_x & v_y & v_z \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} = [v_y B, -v_x B, 0]$$

Stąd dostajemy układ równań na składowe prędkości

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = -\frac{eE_x}{m^*} - \frac{eB}{m^*} v_y - \frac{v_x}{\tau} \\ \frac{dv_y}{dt} = -\frac{eE_y}{m^*} + \frac{eB}{m^*} v_x - \frac{v_y}{\tau} \\ \frac{dv_z}{dt} = -\frac{eE_z}{m^*} - \frac{v_z}{\tau} \end{cases}$$

Szukamy rozwiązań w postaci: $\vec{v}(t) = \vec{v}_0 \exp(-i\omega t)$

$$\begin{cases} -i\omega v_{0x} = -\frac{eE_{0x}}{m^*} - \frac{eB}{m^*} v_{0y} - \frac{v_{0x}}{\tau} \\ -i\omega v_{0y} = -\frac{eE_{0y}}{m^*} + \frac{eB}{m^*} v_{0x} - \frac{v_{0y}}{\tau} \\ -i\omega v_{0z} = -\frac{eE_{0z}}{m^*} - \frac{v_{0z}}{\tau} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(-i\omega + \frac{1}{\tau}\right)v_{0x} + \frac{eB}{m^*}v_{0y} = -\frac{eE_{0x}}{m^*} \\ -\frac{eB}{m^*}v_{0x} + \left(-i\omega + \frac{1}{\tau}\right)v_{0y} = -\frac{eE_{0y}}{m^*} \\ \left(-i\omega + \frac{1}{\tau}\right)v_{0z} = -\frac{eE_{0z}}{m^*} \end{cases}$$

Spróbujmy wyrazić składowe prędkości przez składowe pola elektrycznego:

$$\begin{cases} (1 - i\omega\tau)v_{0x} + (\omega_c\tau)v_{0y} = -\frac{e\tau}{m^*}E_{0x} \\ -(\omega_c\tau)v_{0x} + (1 - i\omega\tau)v_{0y} = -\frac{e\tau}{m^*}E_{0y} \\ v_{0z} = -\frac{e\tau}{m^*(1 - i\omega\tau)}E_{0z} \end{cases}$$

Częstość cyklotronowa:

$$\omega_c = \frac{eB}{m^*}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (1 - i\omega\tau)v_{0x} + (\omega_c\tau)v_{0y} = -\frac{e\tau}{m^*}E_{0x} \\ -(\omega_c\tau)v_{0x} + (1 - i\omega\tau)v_{0y} = -\frac{e\tau}{m^*}E_{0y} \\ v_{0z} = -\frac{e\tau}{m^*(1 - i\omega\tau)}E_{0z} \end{array} \right. \quad \Downarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{0x} = \frac{1}{(1 - i\omega\tau)^2 + (\omega_c\tau)^2} \left[-\frac{e\tau}{m^*}(1 - i\omega\tau)E_{0x} + \frac{e\tau}{m^*}(\omega_c\tau)E_{0y} \right] \\ v_{0y} = \frac{1}{(1 - i\omega\tau)^2 + (\omega_c\tau)^2} \left[-\frac{e\tau}{m^*}(\omega_c\tau)E_{0x} - \frac{e\tau}{m^*}(1 - i\omega\tau)E_{0y} \right] \\ v_{0z} = -\frac{e\tau}{m^*(1 - i\omega\tau)}E_{0z} \end{array} \right.$$

$$\vec{j} = -en \vec{v}$$

Po przemnożeniu dostajemy zależność wektora gęstości prądu od wektora pola elektrycznego:

$$\begin{bmatrix} j_{0x} \\ j_{0y} \\ j_{0z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{e^2 n \tau}{m^*} \frac{(1-i\omega\tau)}{(1-i\omega\tau)^2 + (\omega_c \tau)^2} & -\frac{e^2 n \tau}{m^*} \frac{\omega_c \tau}{(1-i\omega\tau)^2 + (\omega_c \tau)^2} & 0 \\ \frac{e^2 n \tau}{m^*} \frac{\omega_c \tau}{(1-i\omega\tau)^2 + (\omega_c \tau)^2} & \frac{e^2 n \tau}{m^*} \frac{(1-i\omega\tau)}{(1-i\omega\tau)^2 + (\omega_c \tau)^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{e^2 n \tau}{m^* (1-i\omega\tau)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} \\ E_{0z} \end{bmatrix}$$

Skorzystajmy ze związków:

$$\sigma_0 = -en \frac{-e\tau}{m^*} = \frac{e^2 n \tau}{m^*}$$

$$\sigma_0 = \omega_p^2 \tau \epsilon_{opt} \epsilon_0$$

ω_p - częstość plazmowa

σ_0 - przewodnictwo w stałym polu elektrycznym ($\omega=0$) w nieobecności pola magnetycznego ($B=0$)

$$\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{\epsilon_{opt} \epsilon_0 m^*}}$$

Znając zależność gęstości prądu od pola elektrycznego możemy znaleźć tensor przewodnictwa:

$$\begin{bmatrix} j_{0x} \\ j_{0y} \\ j_{0z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_0(1-i\omega\tau)}{(1-i\omega\tau)^2 + (\omega_c\tau)^2} & -\frac{\sigma_0\omega_c\tau}{(1-i\omega\tau)^2 + (\omega_c\tau)^2} & 0 \\ \frac{\sigma_0\omega_c\tau}{(1-i\omega\tau)^2 + (\omega_c\tau)^2} & \frac{\sigma_0(1-i\omega\tau)}{(1-i\omega\tau)^2 + (\omega_c\tau)^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_0}{(1-i\omega\tau)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} \\ E_{0z} \end{bmatrix}$$

$$\vec{j} = -en\vec{v} = \sigma\vec{E}$$

Przedstawmy tę równość w postaci macierzowej i wyznaczmy składowe tensora przewodnictwa...

Tensor przewodnictwa w polu magnetycznym

$$\vec{j} = \hat{\sigma} \vec{E} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{yx} & \sigma_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \vec{E}$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\sigma_0 (1 - i\omega\tau)}{(1 - i\omega\tau)^2 + (\omega_c\tau)^2} = \frac{\omega_p^2 \varepsilon_{opt} \varepsilon_0 \tau (1 - i\omega\tau)}{(1 - i\omega\tau)^2 + (\omega_c\tau)^2}$$

$$\sigma_{zz} = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau} = \frac{\omega_p^2 \tau \varepsilon_{opt} \varepsilon_0}{1 - i\omega\tau}$$

$$\sigma_{yx} = -\sigma_{xy} = \frac{\sigma_0 \omega_c \tau}{(1 - i\omega\tau)^2 + (\omega_c\tau)^2} = \frac{\varepsilon_{opt} \varepsilon_0 \omega_p^2 \omega_c \tau^2}{(1 - i\omega\tau)^2 + (\omega_c\tau)^2}$$

Granica długiego czasu relaksacji (zerowe tłumienie)

$$\tau \rightarrow \infty \quad \gamma = \frac{1}{\tau} \rightarrow 0$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{i\omega\omega_p^2 \varepsilon_{opt} \varepsilon_0}{\omega^2 - \omega_c^2}$$

$$\sigma_{zz} = \frac{i\omega_p^2 \varepsilon_{opt} \varepsilon_0}{\omega}$$

$$\sigma_{yx} = -\sigma_{xy} = -\frac{\varepsilon_{opt} \varepsilon_0 \omega_p^2 \omega_c}{\omega^2 - \omega_c^2}$$

Tensor dielektrycznej w obecności nośników

$$\varepsilon_L(\omega) = \varepsilon_\infty \frac{\omega_L^2 - \omega^2}{\omega_{TO}^2 - \omega^2}$$

$$\hat{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon_L(\omega) \hat{I} + \frac{i\sigma}{\omega\varepsilon_0} \quad (\text{sieć izotropowa})$$



Znając składowe tensora przewodnictwa znajdziemy składowe tensora dielektrycznego

$$\hat{\varepsilon}(\omega) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

Związek składowych tensora przewodnictwa i tensora dielektrycznego (bez tłumienia):

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{i\omega\omega_p^2\epsilon_{opt}\epsilon_0}{\omega^2 - \omega_c^2} \Rightarrow \epsilon_{xx}(\omega) = \epsilon_{yy}(\omega) = \epsilon_L(\omega) - \epsilon_{opt} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2}$$

$$\sigma_{yx} = -\sigma_{xy} = -\frac{\epsilon_{opt}\epsilon_0\omega_p^2\omega_c}{\omega^2 - \omega_c^2} \Rightarrow \epsilon_{yx} = -\epsilon_{xy} = -\frac{i\epsilon_{opt}\omega_p^2\omega_c}{(\omega^2 - \omega_c^2)\omega}$$

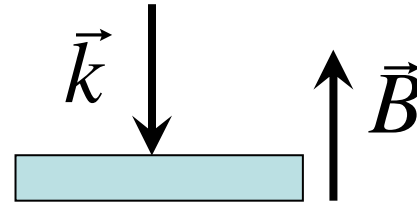
(...znika w nieobecności pola B!)

$$\sigma_{zz} = \frac{i\omega_p^2\epsilon_{opt}\epsilon_0}{\omega} \Rightarrow \epsilon_{zz}(\omega) = \epsilon_L(\omega) - \epsilon_{opt} \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

(...taka jak bez pola B!)

Konfiguracje w polu magnetycznym $\vec{B} \parallel \vec{z}$

Konfiguracja Faradaya $\vec{k} \parallel \vec{B}$

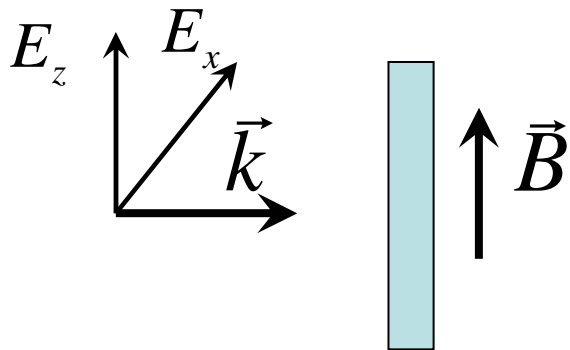


Podstawowe polaryzacje fal

prawoskrętna σ_+ $\rightarrow \vec{E} = [E_x, iE_x, 0]$

lewoskrętna σ_- $\rightarrow \vec{E} = [E_x, -iE_x, 0]$

Konfiguracja Voigta $\vec{k} \perp \vec{B}$



Konfiguracja równoległa

$$\vec{E} \parallel \vec{B}$$

Konfiguracja prostopadła

$$\vec{E} \perp \vec{B}$$

$$\vec{E} = [E_x, E_y, E_y] \quad \vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$$

Z równań Maxwella (poprzedni wykład)

$$-\vec{k}(\vec{E}_0 \cdot \vec{k}) + k^2 \vec{E}_0 = \varepsilon(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}_0$$

Wprowadźmy wektor propagacji fali:

$$\vec{N} = \vec{k} \frac{c}{\omega} \Rightarrow \vec{k} = \vec{N} \frac{\omega}{c}$$

Długość wektora propagacji jest równa zespolonemu współczynnikowi załamania (poprzednie wykłady)

$$N = \tilde{n} = n + i\kappa$$

$$-\vec{N}(\vec{E}_0 \cdot \vec{N}) + \vec{N}^2 \vec{E}_0 - \varepsilon \vec{E}_0 = 0$$

Można rozłożyć wektor propagacji

$$\vec{N} = \vec{N}_{\parallel} + \vec{N}_{\perp} \quad \vec{N}_{\parallel} \parallel \vec{B} \quad \vec{N}_{\perp} \perp \vec{B}$$

Fale poprzeczne $\Rightarrow \vec{N} \perp \vec{E}_x, \vec{E}_y$

Konfiguracija Faradaya:

$$\vec{N} = [0, 0, N] \quad \vec{N} \parallel \vec{B} \parallel z \quad \longrightarrow$$

$$-\vec{N}(\vec{N} \cdot \vec{E}_0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -N^2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} N^2 - \epsilon_{xx} & -\epsilon_{xy} & 0 \\ +\epsilon_{xy} & N^2 - \epsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & -\epsilon_{zz} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = 0$$

$$N^2 \vec{E}_0 = \begin{pmatrix} N^2 & 0 & 0 \\ 0 & N^2 & 0 \\ 0 & 0 & N^2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} (N^2 - \epsilon_{xx})E_x - \epsilon_{xy}E_y = 0 \\ \epsilon_{xy}E_x + (N^2 - \epsilon_{xx})E_y = 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} (N^2 - \epsilon_{xx})E_x - \epsilon_{xy}E_y = 0 \\ E_x = -\frac{(N^2 - \epsilon_{xx})}{\epsilon_{xy}}E_y \end{cases}$$

$$(N^2 - \epsilon_{xx})^2 + \epsilon_{xy}^2 = 0$$

$$(N^2 - \epsilon_{xx}) = \pm i\epsilon_{xy}$$

$$N_{\pm}^2 = \epsilon_{xx} \pm i\epsilon_{xy}$$

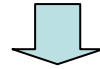
$$N_{\pm}^2 = \epsilon_{xx} \pm i\epsilon_{xy}$$

Jaki jest związek pomiędzy
składowymi
pola elektrycznego E_x oraz E_y ?

$$N_+^2 = \epsilon_{xx} + i\epsilon_{xy}$$



$$E_x = -\frac{\epsilon_{xx} + i\epsilon_{xy} - \epsilon_{xx}}{\epsilon_{xy}} E_y$$



$$E_y = +iE_x$$

Polaryzacja
prawoskrętna:

$$N_-^2 = \epsilon_{xx} - i\epsilon_{xy}$$



$$E_y = -iE_x$$

Polaryzacja
prawoskrętna:

Znajdźmy związek zespolonego współczynnika załamania ze składowymi tensora dielektrycznego:

$$N_{\pm}^2 = \epsilon_{xx} \pm i\epsilon_{xy}$$

Dygresja

Postać funkcji dielektrycznej w przypadku kryształu o wiązaniu jonowym zawierającym gaz swobodnych nośników:

$$\omega_p \ll \omega_{TO} \Rightarrow \epsilon_{opt} = \epsilon_{st}$$

$$\omega_p \gg \omega_{TO} \Rightarrow \epsilon_{opt} = \epsilon_{\infty}$$

$\omega_p \approx \omega_{TO} \Rightarrow$ Trzeba uwzględnić pełną funkcję dielektryczną zależną od częstości

Rozważmy sytuację:

$$\omega_p \gg \omega_{TO}$$

$$\epsilon_{xx}(\omega) = \epsilon_{\infty} - \epsilon_{\infty} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2}$$

$$\epsilon_{xy} = \frac{i\epsilon_{\infty} \omega_p^2 \omega_c}{(\omega^2 - \omega_c^2)\omega}$$

$$\varepsilon_{\pm} = N_{\pm}^2 = \varepsilon_{\infty} - \varepsilon_{\infty} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2} \pm i \frac{i \varepsilon_{\infty} \omega_p^2 \omega_c}{(\omega^2 - \omega_c^2) \omega}$$

$$\varepsilon_{\pm} = \varepsilon_{\infty} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2} \mp \frac{\omega_p^2}{(\omega^2 - \omega_c^2)} \frac{\omega_c}{\omega} \right)$$

$$\varepsilon_{\pm} = \varepsilon_{\infty} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2} \frac{\omega \mp \omega_c}{\omega} \right)$$

Bez tłumienia

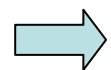
$$\varepsilon_{\pm} = \varepsilon_{\infty} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega \mp \omega_c)} \right)$$

Z tłumieniem

$$\tilde{n}^2 = \varepsilon_{\pm} = \varepsilon_{\infty} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega \mp \omega_c + i\gamma)} \right)$$

Znając

$$\tilde{n}^2 = \varepsilon_{\pm}$$



Widmo odbicia, widmo absorpcji

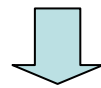
Rozszczepienie krawędzi plazmowej

Krawędź plazmowa (bez tłumienia):
gdy współczynnik odbicia $R=1$

$$R(\omega) = \left(\frac{\tilde{n} - 1}{\tilde{n} + 1} \right)^2 \Rightarrow \tilde{n}^2 = N^2 = 0 \Rightarrow \epsilon_{\pm} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega \pm \omega_c)} = 0$$

$$\omega^2 \pm \omega_c \omega - \omega_p^2 = 0 \quad \Delta = \omega_c^2 + 4\omega_p^2$$

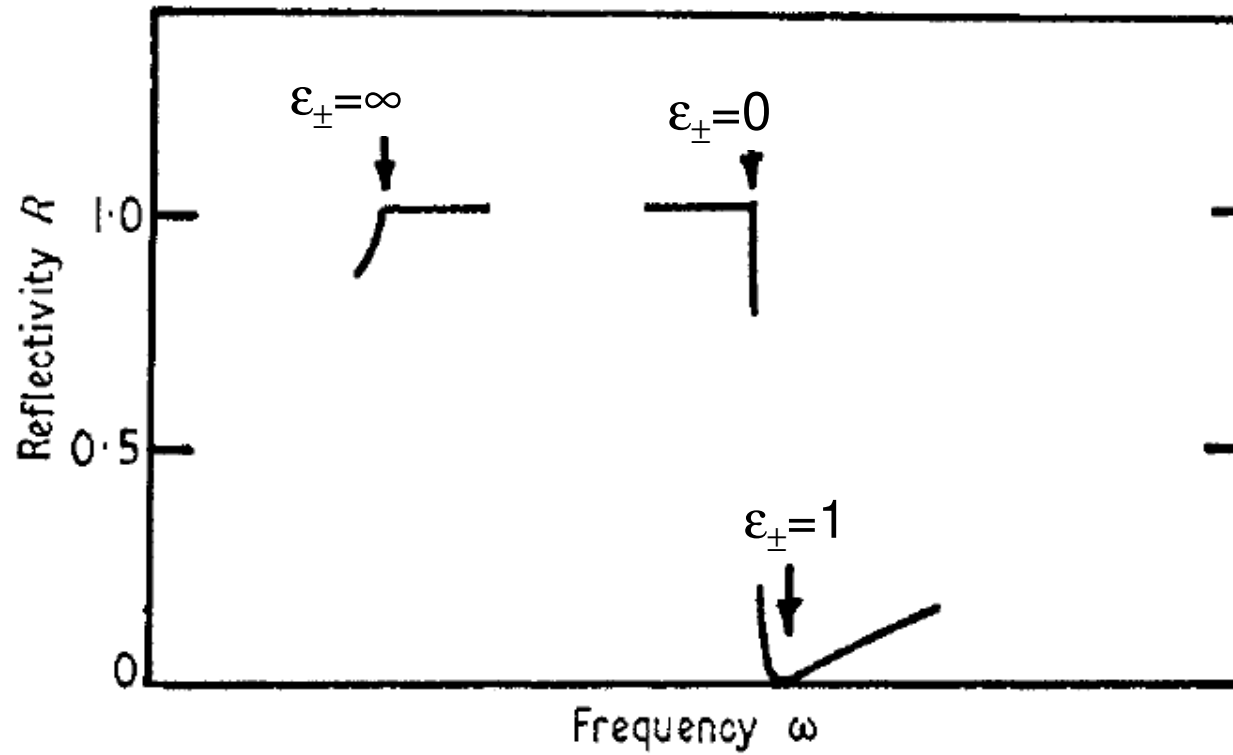
$$\omega_{\pm} = \frac{1}{2} \sqrt{\omega_c^2 + 4\omega_p^2} \pm \frac{1}{2} \omega_c$$



$$\omega_{+} - \omega_{-} = \omega_c$$

**Rozszczepienie krawędzi
plazmowej!**

$$R = \left(\frac{\tilde{n} - 1}{\tilde{n} + 1} \right)^2$$



Zera i osobliwości funkcji dielektrycznej w konfiguracji Faraday'a

Wzbudzenia poprzeczne,
wzbudzenia podłużne...

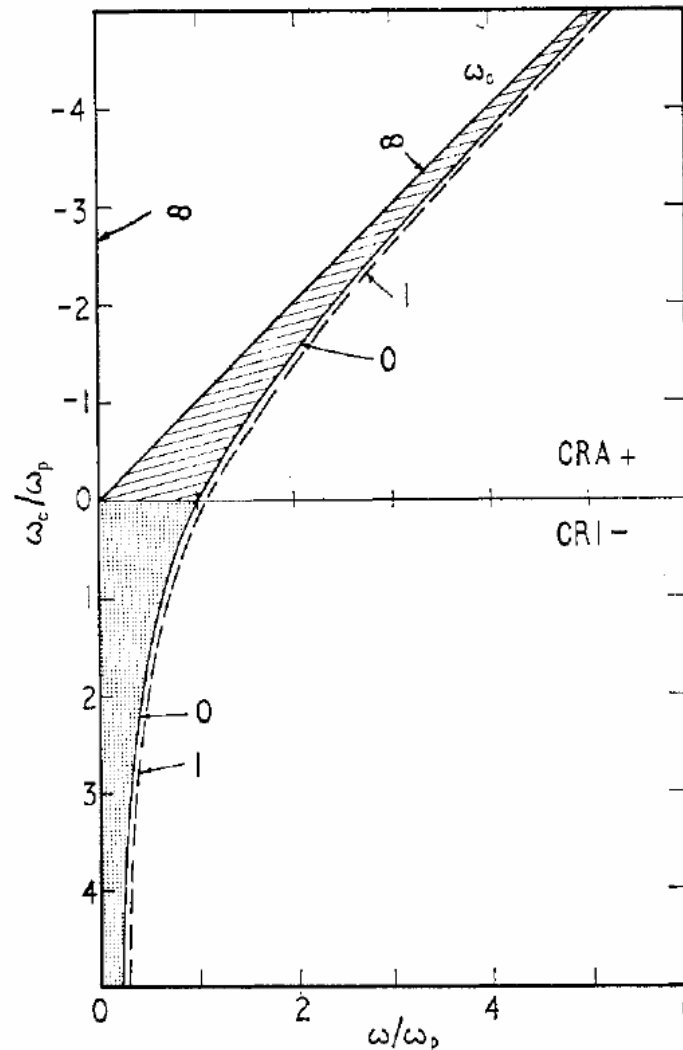
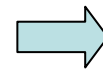


Figure 9. 'Contour map' of dielectric constants κ'_{\pm} for the Faraday geometry with 0, 1 and ∞ lines indicated. Shaded areas represent regions of negative κ'_{\pm} where reflectivity is unity (after Palik and Hennis 1970).

Odbicie plazmowe
w polu magnetycznym

$$\omega_c = \frac{eB}{m^*}$$



masa efektywna

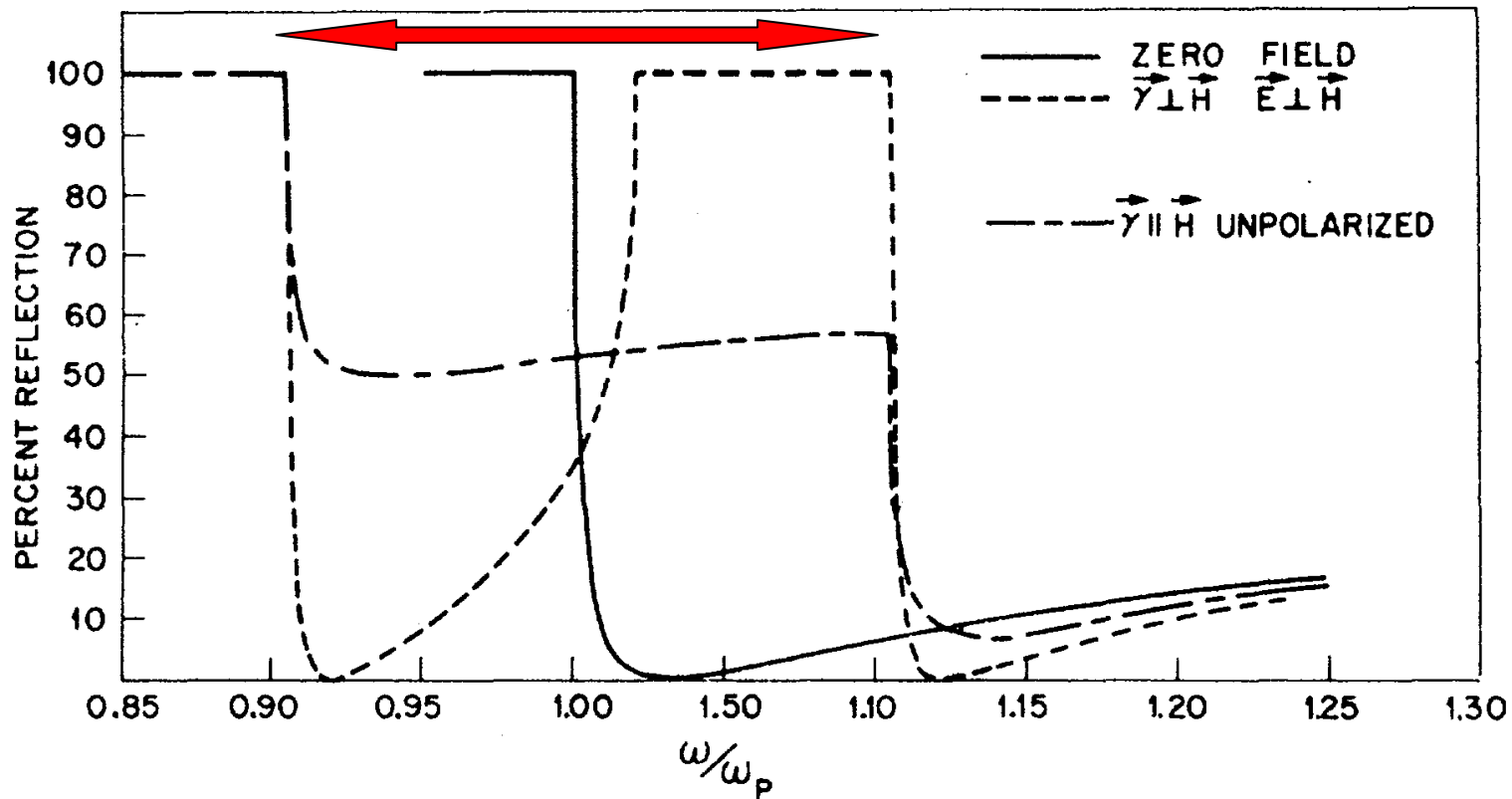


FIG. 1. Theoretical curves of magnetoplasma effect for isotropic carrier and $\omega \gg 1$. $\omega_c = 0.2\omega_p$.

B. Lax and G. B. Wright Phys. Rev. Lett. 4, 16 (1960)

Eksperyment (stary...)

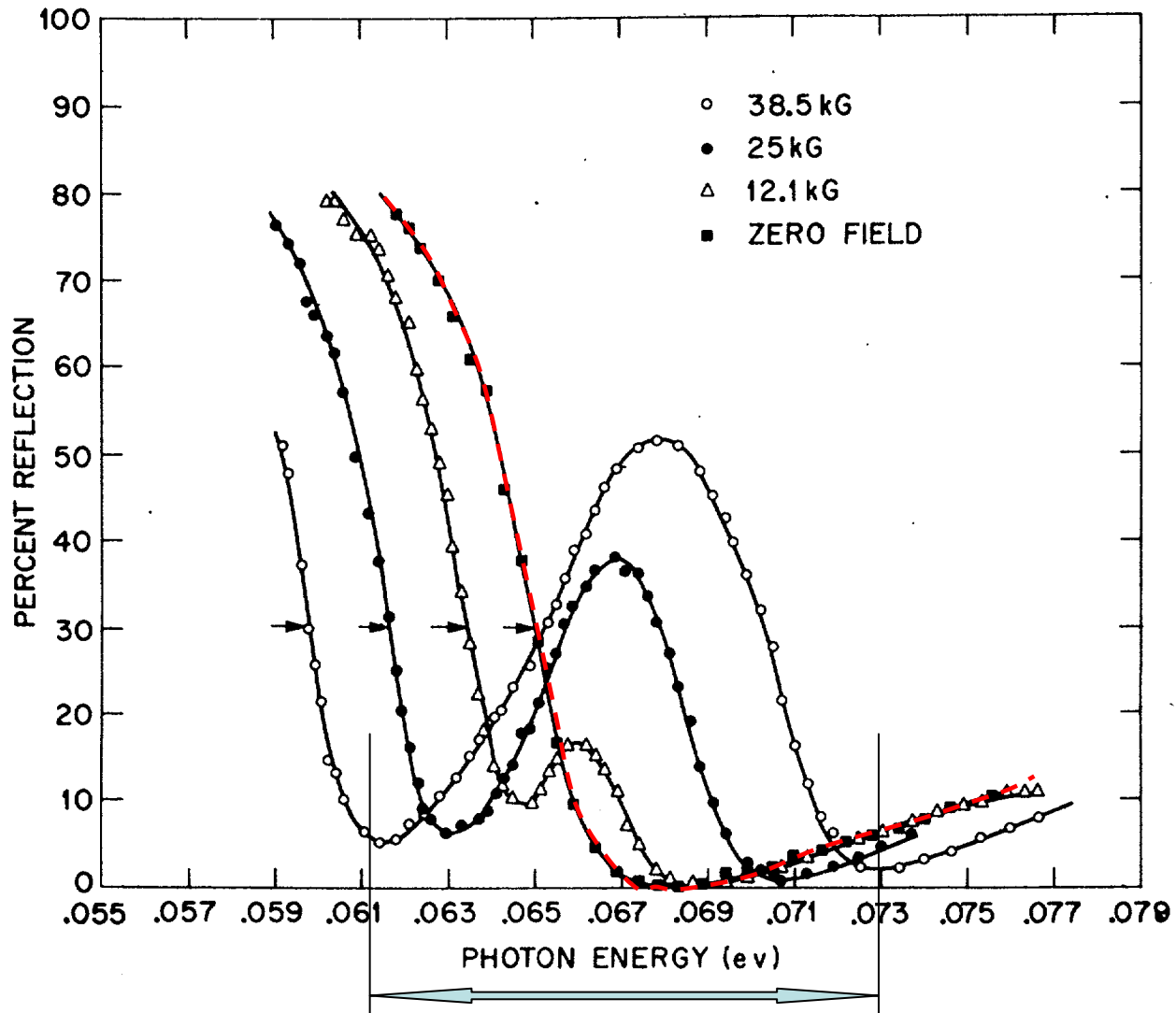



FIG. 2. Magnetoplasma effect in *n*-type InSb.
 $N = 1.8 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$.

B. Lax and G. B. Wright Phys. Rev. Lett. 4, 16 (1960)

Pochłanianie fale elektromagnetycznych – tam gdzie funkcja dielektryczna ma osobliwości (pamiętamy to z modelu oscylatora – warto sprawdzić jeszcze raz samodzielnie uwzględniając tłumienie i obliczając widmo absorpcji)

$$N_{\pm}^2 = \tilde{n}^2 = \epsilon_{\infty} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega \mp \omega_c)} \right)$$

Osobliwości: zera mianownika 

Tylko N_{+} ma osobliwość $\omega = \omega_c$

Tylko jedna z polaryzacji jest daje absorpcję rezonansową – jest aktywna cyklotronowo
CRA – cyclotron resonance active

Rezonans cyklotronowy to bardzo ważna metoda w badaniach półprzewodników struktur półprzewodnikowych...

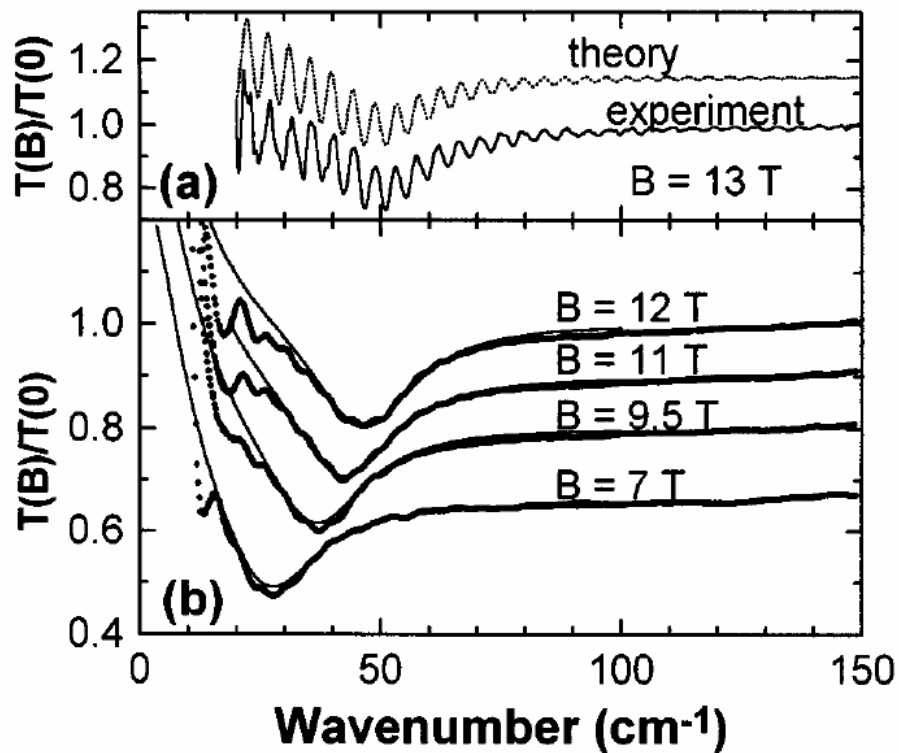


FIG. 2. Results of the fast Fourier transform (FFT) spectrometer measurements ($T=2$ K) on sample A. (a) 0.5 cm^{-1} resolution spectra—theoretical result (thin solid line) is shifted by 0.15 cm^{-1} resolution spectra—theoretical result (thin solid line) is shifted by 0.15 for clarity (b) 3.0 cm^{-1} resolution spectra: experiment open points. Theoretical results—thin solid lines correspond to calculations according to Eq. (2) averaged over the oscillations due to interferences. The vertical scale corresponds to 12 T spectra. For clarity, the spectra for lower fields are shifted vertically from the spectrum at 12 T by a constant value.

Rezonans cyklotronowy w strukturze GaN/AlGaN



masa elektronu w GaN

- badania absorpcji z użyciem spektroskopii Fourierowskiej
- metody badania absorpcji z użyciem laserów w dalekiej podczerwieni

Rezonans cyklotronowy w GaAs

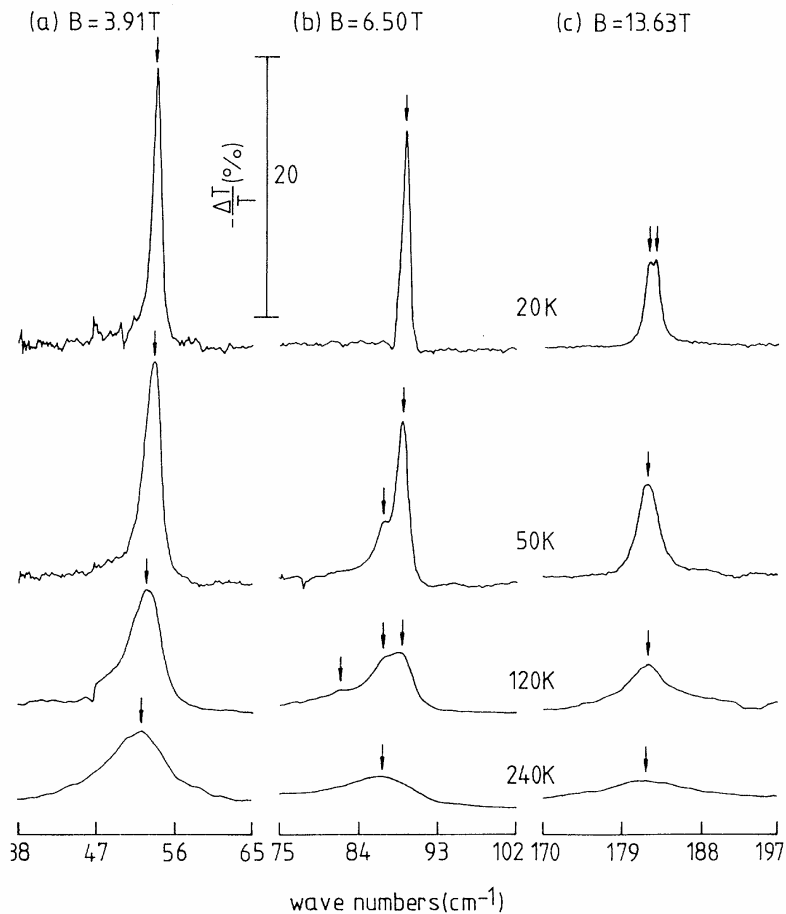


FIG. 1. Temperature-dependent cyclotron resonances of electrons in bulk GaAs at magnetic-field strengths (a) $B=3.91$ T, (b) 6.50 T, and (c) 13.63 T. The arrows mark resonance positions.

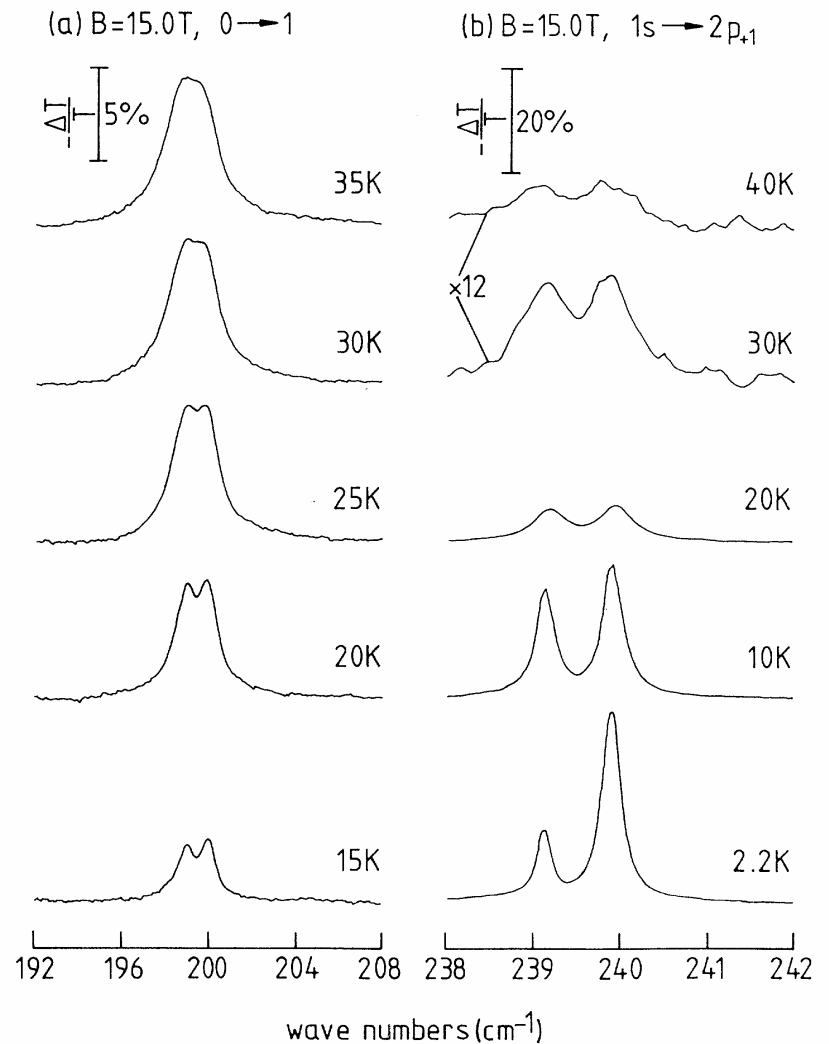


FIG. 2. Spin-split cyclotron resonances of (a) free and (b) bound electrons in n -GaAs at $B=15$ T and various temperatures.

Rezonans cyklotronowy w germanie – anizotropia masy efektywnej...

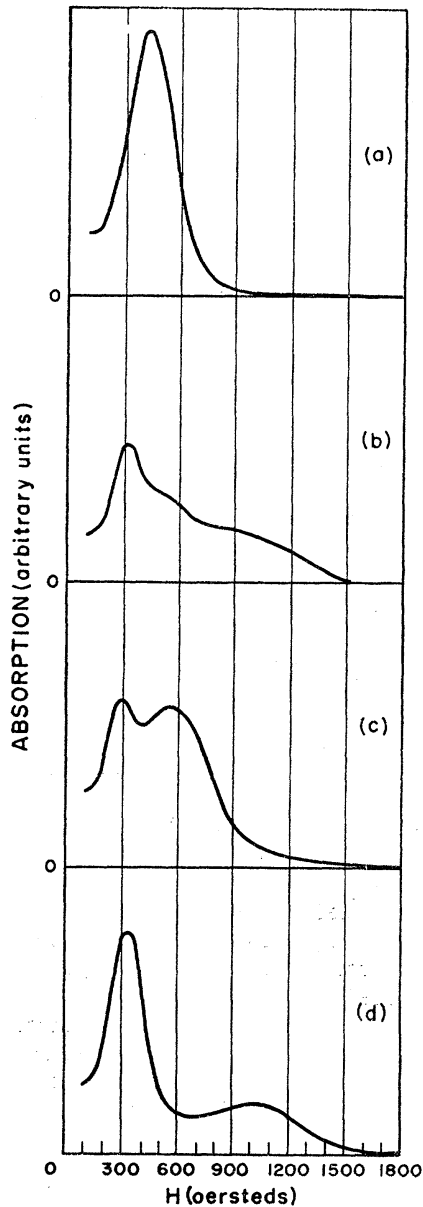


FIG. 1. Resonance absorption in intrinsic *n*-type Ge at 4.2 °K. The curves show data taken at four values of θ in the (110) plane as a function of the external magnetic field intensity H . θ is the angle between H and the [100] direction. (a) $\theta = 0^\circ$, [100]. (b) $\theta = 37^\circ$. (c) $\theta = 55^\circ$, [111]. (d) $\theta = 90^\circ$, [110].

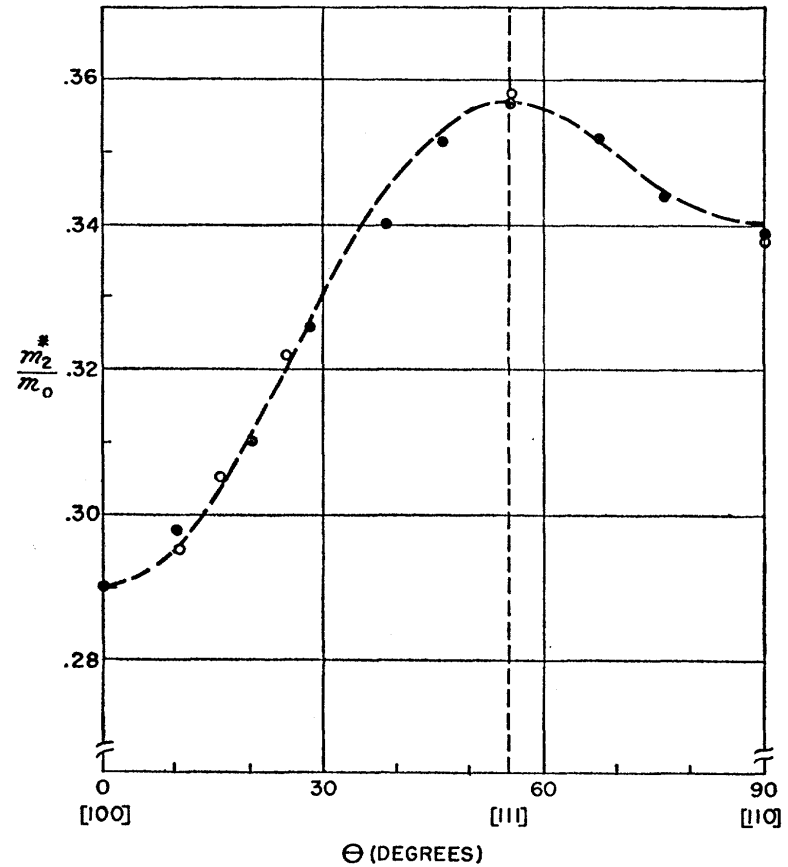
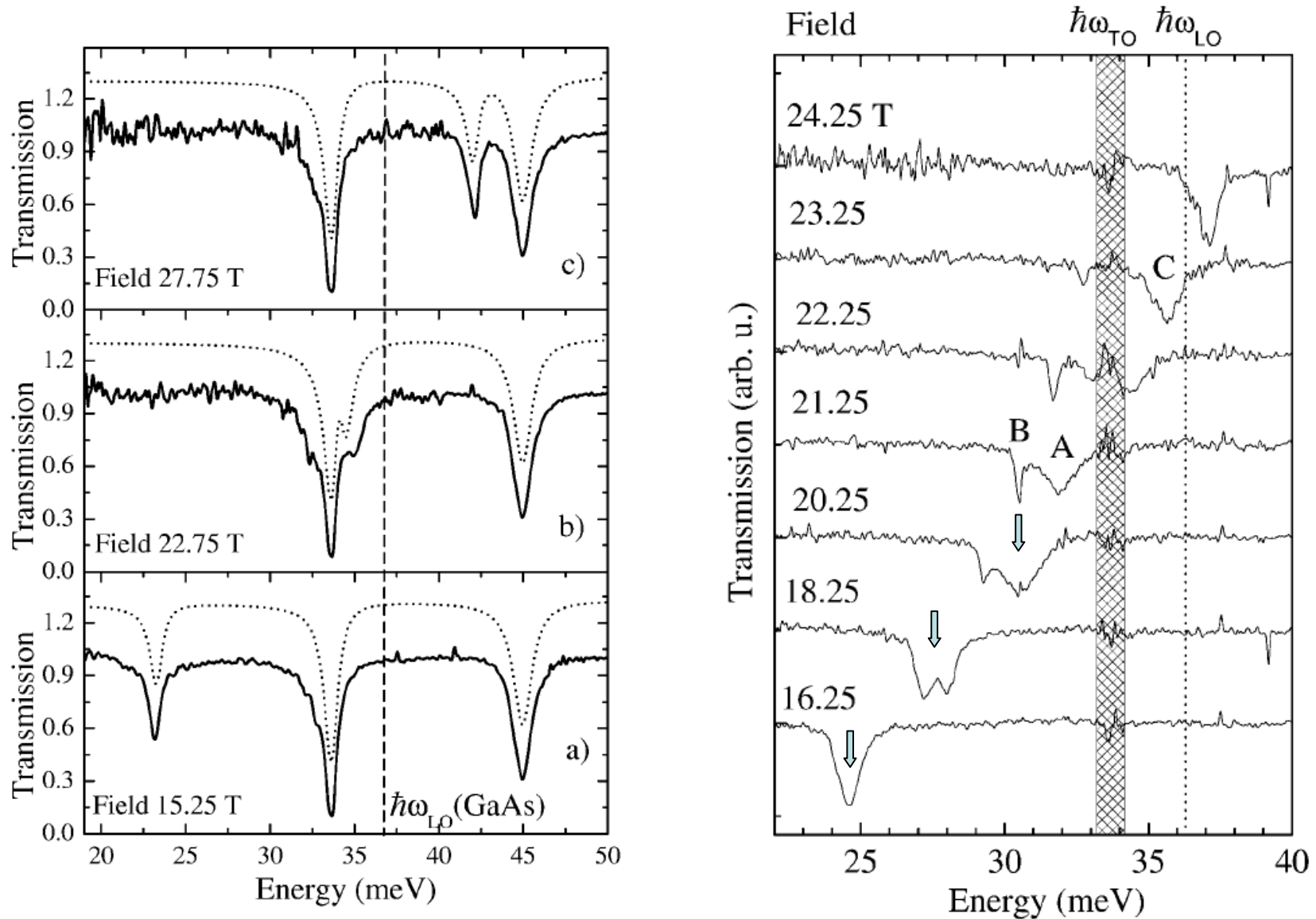


FIG. 1. The ratio of m_2^* to m_0 as a function of the angle θ between the [100] direction and the magnetic field in the (110) plane. The open and solid circles are experimental points taken at 23 000 and 8900 Mc/sec, respectively. The dashed curve is a theoretical function, Eq. (2).

B. Lax, H. Zeiger, and E. Rosenblum, Phys. Rev. 93, 1418 (1954)
 R. Dexter, H. Zeiger, and B. Lax, Phys. Rev. 95, 557 (1954)

Przykład trochę na wyrost:
 rezonans cyklotronowy w dwuwymiarowym gazie elektronowym



A. Poulter et al. Phys. Rev Lett. **86**, 336 (2001)

Fale helikonowe

$$\epsilon_+ = \epsilon_\infty \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - \omega_c)} \right)$$

Gdy rozważymy bardzo małe częstotliwości fali

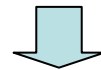
$$\omega \ll \omega_c \ll \omega_p$$

Zastępujemy $\epsilon_\infty \rightarrow \epsilon_{st}$

$$N_+^2 = \epsilon_+ = \epsilon_{st} \left(1 + \frac{\omega_p^2}{\omega\omega_c} \right)$$

Korzystamy z definicji wektora propagacji

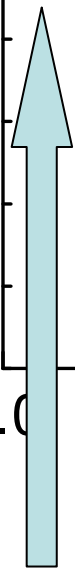
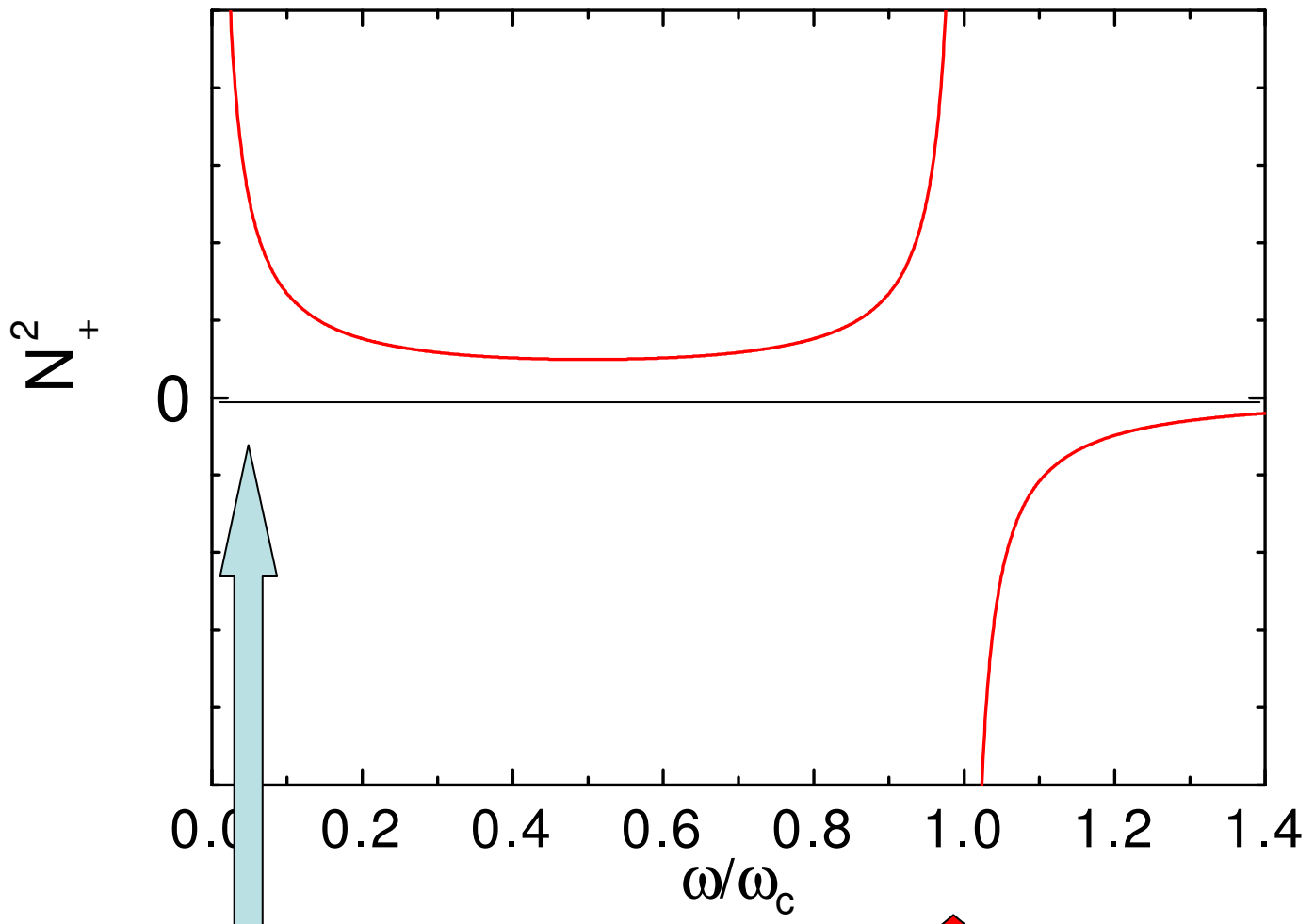
$$k^2 \frac{c^2}{\omega^2} = \epsilon_{st} \left(1 + \frac{\omega_p^2}{\omega\omega_c} \right)$$



Helikon – poprzeczna fala w plazmie spolaryzowana kołowo

$$\omega = \frac{k^2 c^2}{\epsilon_{st} \omega_p^2} \omega_c$$

Helikon porusza się wzdłuż pola magnetycznego z bardzo małą prędkością!



helikony



rezonans
cyklotronowy